

بسمه تعالی

اندازه گیری الکتریکی

گردآوری و تدوین : علی امام حسینی

عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد یزد

فهرست

عنوان	صفحه
مقدمه	۱
فصل اول : مفاهیم اندازه گیری	۲
ساختمان عمومی دستگاه اندازه گیری	۶
کاربرد اندازه گیری در کنترل سیستم ها	۷
فصل دوم : خطا در اندازه گیری	۸
انواع خطا	۹
محاسبات خطا	۱۳
ترکیب خطاها	۱۵
کلاس دستگاه اندازه گیری	۱۹
خطای باقی مانده ای	۲۳
فصل سوم : معادلات دیفرانسیل توصیف کننده رفتار دستگاههای اندازه گیری	۳۰
سیستم درجه صفر	۳۱
سیستم درجه یک	۳۲
دستگاه اندازه گیری درجه ۲	۳۹
فصل چهارم : اصول کار دستگاههای اندازه گیری آنالوگ	۴۷
دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم	۵۰
یکسوکننده ها	۵۲
خطای دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم	۵۵

۵۶.....	دستگاه اندازه گیری الکترو دینامیکی
۵۸.....	دستگاه اندازه گیری فرودینامیکی
۵۹.....	دستگاه اندازه گیری الکترو استاتیکی
۶۰.....	اندازه گیری توان
۶۶	اندازه گیری ضریب قدرت
۷۰.....	اصلاح ضریب قدرت
۷۲.....	اندازه گیری انرژی
۷۶.....	ترانسفورماتورها
۷۷	منابع AC
۷۷.....	اتصال زمین (ارت)
۸۲.....	طراحی مولتی مترها
۹۶.....	فصل پنجم : پل های اندازه گیری
۹۷.....	آشکارساز
۹۹.....	پل کلونین
۱۰۰.....	پل القائی ماکسول
۱۰۲.....	پل القا کنائی – ظرفیتی ماکسول
۱۰۳.....	پل هی
۱۰۴.....	پل آندرسون
۱۰۵.....	پل اوئن
۱۰۶.....	پل کروور

پل شرینگ	۱۰۷
پل وین	۱۰۹
فصل ششم : دستگاه اندازه گیری اسیلوسکوپ	۱۱۴
سیستم تریگر کننده	۱۱۷
اندازه گیری جریان یک مدار توسط اسیلوسکوپ	۱۲۳
اندازه گیری اختلاف فاز	۱۲۳
اسیلوسکوپ های چند کاناله و تکنیک Alt و Chopping	۱۲۵
پروب اسیلوسکوپ	۱۲۷
فصل هفتم : دستگاه های اندازه گیری دیجیتال	۱۲۹
ولت متر دیجیتالی	۱۳۳
آمپر متر و اهم متر دیجیتالی	۱۳۵
منابع	۱۳۶

اندازه گیری از جهات مختلف دارای اهمیت ویژه ای می باشد که میتوان به موارد زیر اشاره کرد :

- برای انجام کارهای تعمیراتی ، سرویس ، نگهداری از سیستم های برقی و دستگاهها باید عمل اندازه گیری صورت گیرد . چنانچه عمل اندازه گیری به شکل صحیح انجام نشود ، این فعالیت ها نمی تواند صحیح صورت گیرد .
- برای انجام کارهای تحقیقاتی و آزمایشگاهی ، بخش اصلی کار ، عمل اندازه گیری می باشد . بنابراین بدون اندازه گیری صحیح ، انجام این فعالیت ها بی معنی می باشد .
- با توجه به آنکه دستگاههای اندازه گیری الکتریکی و الکترونیکی ، نسبت به دستگاههای مکانیکی و الکترومکانیکی دارای ویژگی هایی از قبیل حجم کمتر ، وزن کمتر ، سرعت بیشتر ، صحت اندازه گیری زیاده تر و غیره می باشند . بنابراین کمیت های فیزیکی غیر الکتریکی را بطور مناسب به سیگنال الکتریکی تبدیل نموده و با اندازه گیری آن و اعمال ضریب تناسب مقدار کمیت مجهول را می توان بدست آورد . بنابراین اگر عمل اندازه گیری به شکل صحیح صورت نگیرد ، طبیعتا مقدار کمیت مجهول نیز صحیح اندازه گیری نمی شود .

فصل اول : مفاهیم اندازه گیری

مفاهیم اندازه گیری

تعریف اندازه : بیان یک پدیده بصورت کمی را اندازه گویند . همچنین یک عدد همراه با واحد را اندازه می نامند .

تعریف اندازه گیری : اندازه گیری عمل مقایسه بین یک کمیت مجهول با یک واحد از همان نوع می باشد . بنابراین عمل اندازه گیری به دو چیز نیاز می باشد : ۱- داشتن یک واحد استاندارد قابل قبول ۲- داشتن وسیله ای ک قابل تکرار باشد .

طبقه بندی دستگاههای اندازه گیری :

دستگاههای اندازه گیری را می توان به شکل های زیر طبقه بندی نمود :

الف (دستگاههای اندازه گیری از نظر نوع کمیت مورد اندازه گیری ، به دو دسته تقسیم می شوند :

۱- دستگاههای اندازه گیری آنالوگ ۲- دستگاههای اندازه گیری دیجیتال

۱- دستگاههای اندازه گیری آنالوگ : در این نوع دستگاههای اندازه گیری حرکت نمایش

دهنده خروجی آنها بطور پیوسته می باشد . بنابراین بین هر دو نقطه ای که در نظر

بگیریم ، تعداد زیادی نقطه دیگر وجود دارد . مانند : مولتی متر آنالوگ ، کیلو متر شمار

آنالوگ ، دماسنج جیوه ای و غیره

۲- دستگاههای اندازه گیری دیجیتال : دستگاههای هستند که نمایش دهنده خروجی آنها

بطور گسسته می باشد . بنابراین بین هر دو نقطه ، نقطه دیگری وجود ندارد . بعنوان مثال

ولت متری که تا دو رقم اعشار را نشان می دهد بعد از ۱۵/۳۵ ولت عدد ۱۵/۳۶ ولت را

نشان می دهد و بین این دو عدد ، عدد دیگری وجود ندارد .

ب (دستگاههای اندازه گیری آنالوگ از نظر نحوه کار به دو دسته تقسیم می شوند :

۱- دستگاههای اندازه گیری الکترومغناطیسی ۲- دستگاههای اندازه گیری الکترواستاتیکی

دستگاههای اندازه گیری آنالوگ الکتریکی معمولاً دارای محوری می باشند که به این محور

عقربه ای اتصال داده می شود . پشت عقربه صفحه درجه بندی شده ای قرار دارد . با حرکت

محور ، عقربه به حرکت درآمده و از روی صفحه درجه بندی شده ، مقدار کمیت مشخص می

شود . چنانچه این نیرو توسط میدانهای مغناطیسی ایجاد شود ، دستگاهها را از نوع الکترومغناطیسی می نامند و اگر نیروی ایجاد شده جهت چرخش محور توسط میدانهای الکتریکی ایجاد شود ، آن دستگاهها را الکترواستاتیکی می نامند .
 پ (دستگاههای اندازه گیری نیز به دو دسته زیر تقسیم می شوند :

- ۱- دستگاههای اندازه گیری DC
 - ۲- دستگاههای اندازه گیری AC
- بطور کلی سیگنال های الکتریکی به دو شکل ثابت با زمان ، که به آنها شکل موجهای DC گفته می شود و با گذشت زمان دارای یک مقدار ثابت می باشند . دسته دوم شکل موجهای هستند که با گذشت زمان تغییر می کنند و بصورت پریودیک می باشند .
 برای شکل موجهای AC مولفه های مختلفی وجود دارد که شامل مقدار لحظه ای ، مقدار پیک ، مقدار پیک تا پیک ، مقدار متوسط و مقدار موثر می باشد . دستگاههای اندازه گیری AC قادر به اندازه گیری مقدار موثر شکل موج ورودی هستند .

$$F(t) = V_m \sin \omega t$$

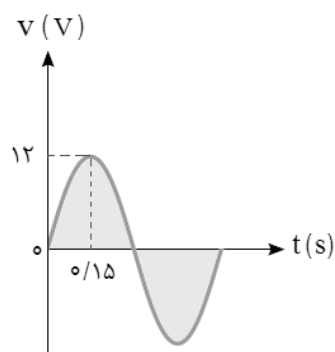
$$V_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$V_{rms} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$V_{p-p} = 2\sqrt{2} V_{rms}$$

$$V_p = \sqrt{2} V_{rms}$$

مثال : شکل زیر نمودار یک منبع ولتاژ AC سینوسی را نشان می دهد . مطلوبست ولتاژ پیک ، ولتاژ پیک تا پیک ، ولتاژ موثر و ولتاژ میانگین .



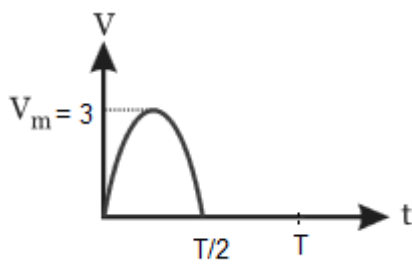
$$V_p = 12 \text{ V}$$

$$V_{p-p} = 24 \text{ V}$$

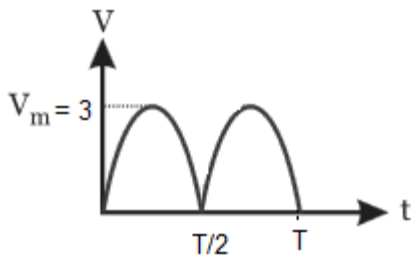
$$V_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_p = 8.57 \text{ V}$$

$$V_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = 0 \quad \text{بدلیل تقارن}$$

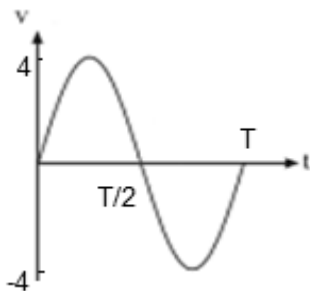
مثال : مقدار متوسط شکل موجهای زیر را بدست آورید .



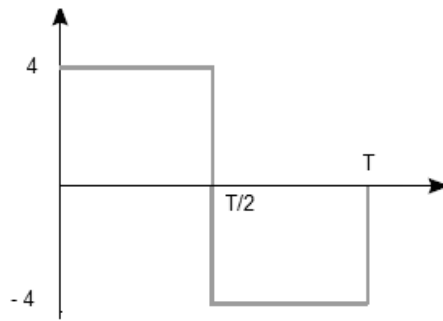
$$V_{\text{av}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi 3 \sin \omega t. dt = \frac{3}{\pi}$$



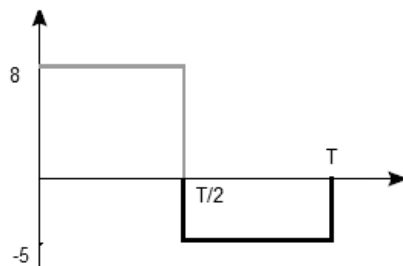
$$V_{\text{av}} = 2 \times \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi 3 \sin \omega t. dt = \frac{6}{\pi}$$



$$V_{\text{av}} = 0 \quad \text{بدلیل تقارن}$$



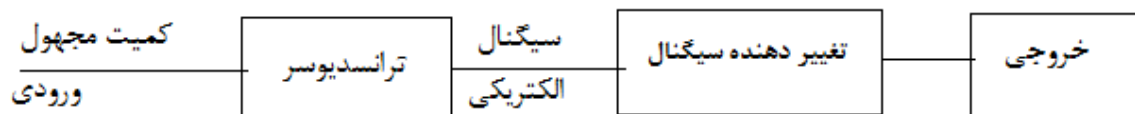
بدلیل تقارن $V_{av} = 0$



$$V_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} 8 dt + \int_{T/2}^T -5 dt \right) = 1.5$$

ساختمان عمومی دستگاه اندازه گیری

یک دستگاه اندازه گیری از بخش های زیر تشکیل می شود :



بنابراین یک دستگاه اندازه گیری از سه قسمت ۱- ترانسدیوسر ۲- تغییر دهنده سیگنال ۳- خروجی تشکیل شده است .

۱- ترانسدیوسر : در حالت کلی ترانسدیوسر به معنی مبدل می باشد و به وسیله ای گفته می شود که انرژی را از شکلی به شکل دیگر تبدیل می کند . اما در مهندسی برق این تعریف محدودتر

شده و ترانسدیوسر به وسیله ای گفته می شود که کمیت فیزیکی را به سیگنال الکتریکی و متناسب با آن تبدیل نماید . طبیعتا اگر کمیت مجهول ورودی خود سیگنال الکتریکی باشد مانند ورودی ولت متر ، طبقه ترانسدیوسر حذف می شود . برای کمیت های مختلف فیزیکی ترانسدیوسر های متفاوتی مورد استفاده قرار می گیرد . مانند ترموکوپل جهت تبدیل دما به سیگنال الکتریکی ، تاکوژنراتور جهت تبدیل حرکت دورانی به سیگنال الکتریکی ، پیزوالکتریک جهت تبدیل فشار به سیگنال الکتریکی و غیره . بنابراین در دستگاههای اندازه گیری ، خروجی طبقه ترانسدیوسر همیشه سیگنال الکتریکی می باشد .

۲- تغییر دهنده سیگنال الکتریکی : وظیفه این طبقه آن است که شکل موج خروجی طبقه ترانسدیوسر را به شکل موج قابل قبول و مورد نیاز طبقه خروجی تبدیل نماید . بر حسب نیاز این بخش می تواند شامل یک یا چند طبقه تقویت کننده ، ضرب کننده ، مبدل آنالوگ به دیجیتال و غیره باشد .

۳- خروجی : وظیفه این طبقه آن است که مقدار کمیت مجهول ورودی را به شکل مناسب در اختیار استفاده کننده قرار دهد . این بخش می تواند نمایش دهنده آنالوگ ، نمایش دهنده دیجیتال ، چاپ کننده ، ذخیره کننده و غیره باشد .

کاربرد اندازه گیری در کنترل سیستم ها

مهمترین کاربرد اندازه گیری در صنعت استفاده از آن جهت کنترل اتوماتیک سیستم ها و دستگاهها می باشد . معمولا برای انجام کنترل اتوماتیک یک سیستم ابتدا باید کمیت مورد نظر اندازه گیری شود ، سپس با مقدار مورد نظر مقایسه شود و بر اساس نتیجه مقایسه ، فرمان لازم صادر گردد. بنابراین اگر عمل اندازه گیری که اولین و مهمترین پارامتر می باشد به صورت صحیح صورت نگیرد ، انجام مراحل دیگر نیز درست انجام نمی شود . بعنوان مثال برای کنترل اتوماتیک دور یک موتور باید دور موتور توسط تاکوژنراتور بطور پیوسته اندازه گیری شده و با دور مورد نظر مقایسه شود و بر حسب این که دور مورد نظر کمتر است فرمان افزایش قدرت به موتور داده شود و اگر دور موتور از دور خواسته شده بیشتر است ، فرمان کاهش قدرت به موتور داده شود .

فصل دوم :

خطا در اندازه گیری

معمولا هر عمل اندازه گیری با خطاهایی همراه می باشد . بنابراین برای کاهش خطاها لازم است تا حد امکان عوامل ایجاد آنها شناخته شود . همچنین در مواردی که امکان دارد مقدار خطا محاسبه گردد .

خطا : اختلاف بین مقدار اندازه گیری شده با مقدار واقعی یک کمیت را خطا می نامند .

مقدار واقعی - مقدار اندازه گیری شده = خطا

بنابراین خطا میتواند یک عدد مثبت یا یک عدد منفی و یا صفر باشد.

صحت : به معنای نزدیکی به واقعیت است . بنابراین هرچقدر صحت یک اندازه گیری بیشتر باشد خطای آن کمتر می باشد و بر عکس .

دقت : قابلیت تکرار یک دستگاه اندازه گیری در بدست آوردن نتایج یکسان یک کمیت معین در اندازه گیری متعدد می باشد . به زبان ساده تر یعنی اگر توسط یک دستگاه یک کمیت ثابت چندین مرتبه اندازه گیری شود ، هنگامی دستگاه دقت دارد که در حالت‌های مختلف جوابهای یکسانی بدست آورد . داشتن دقت برای یک دستگاه اندازه گیری الزاما داشتن صحت را به همراه ندارد ولی عکس آن صادق می باشد .

مثال : یک ولتاژ ۱۵ ولتی توسط یک ولت‌متر مشخص ۱۰ مرتبه اندازه گیری شده و هر ۱۰ مرتبه ولت‌متر عدد ۱۴ را نشان داده ، نتیجه می گیریم که این ولت‌متر دقت کافی داشته است اما صحت نداشته است .

انواع خطا

بطور کلی در عمل اندازه گیری دو نوع خطا می تواند وجود داشته باشد :

۱- خطاهای سیستماتیک ۲- خطاهای باقی مانده ای (اتفاقی یا تصادفی)

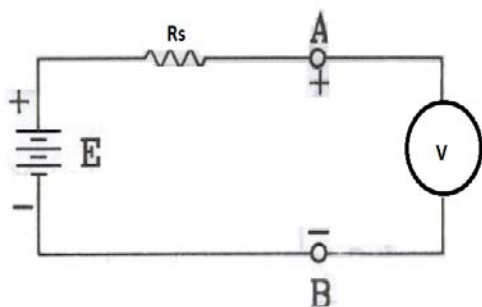
۱- خطاهای سیستماتیک : به خطاهایی گفته می شود که منابع ایجاد این خطاها شناخته شده باشند . بنابراین چون عامل ایجاد آنها مشخص است معمولا می توانیم این خطاها را مورد بررسی قرار داده و تا حد امکان کاهش داده و در برخی موارد محاسبه نماییم . این خطاها به سه دسته تقسیم می شوند :

الف (خطاهای ناشی از دستگاه اندازه گیری

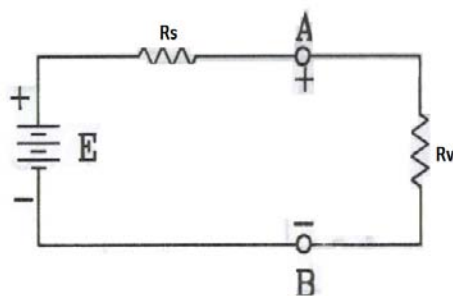
۱ - خرابی دستگاه اندازه گیری ۲- استفاده غیر صحیح از دستگاه اندازه گیری ۳- بارگذاری دستگاه اندازه گیری

۱ - خرابی دستگاه اندازه گیری : منظور از خرابی دستگاه آن نیست که عمل اندازه گیری صورت نگیرد زیرا در این حالت خطایی وجود ندارد . بلکه به دلیل خرابی بخشی از دستگاه عمل اندازه گیری صورت می گیرد ولی همراه با خطا می باشد . بعنوان مثال در یک دستگاه اندازه گیری آنالوگ اگر فنر ضعیف باشد ، مقدار اندازه گیری شده از مقدار واقعی کمیت بیشتر است بنابراین هر چند وقت یکبار لازم است دستگاه مورد آزمایش با یک دستگاه تنظیم شده ، مقایسه گردد.

۲ - استفاده غیر صحیح از دستگاه اندازه گیری : قبل از هر گونه عمل اندازه گیری طریقه استفاده صحیح از دستگاه و همچنین تنظیمات آنرا بشناسیم تا اندازه گیری صحیحی داشته باشیم . دستگاه اندازه گیری باید کالیبره باشد . بعنوان مثال هنگام اندازه گیری مقاومت باید ابتدا دو سیم اهم متر را بهم اتصال دهیم و عقربه را روی صفر تنظیم نماییم . ۳ - بارگذاری دستگاه اندازه گیری : در حالت ایده آل دستگاههای اندازه گیری که بطور موازی با مدار قرار میگیرند دارای مقاومت بی نهایت و دستگاههایی که بطور سری قرار می گیرند دارای مقاومت صفر می باشند . اما از نظر عملی و واقعی مقاومت داخلی دستگاههایی که بصورت موازی قرار می گیرند بسیار زیاد است مانند ولتمتر . همچنین مقاومت دستگاههایی که بطور سری در مدار قرار میگیرند بسیار کم است ولی برابر صفر نیست مانند آمپر متر . بنابراین هنگامی که یک دستگاه اندازه گیری به مدار اتصال داده می شود از نظر عملی یک مقاومت به آن قسمت مدار متصل می شود . این امر باعث ایجاد خطا در اندازه گیری می شود . بنابراین خطای بارگذاری ، خطایی ناشی از تاثیر مقاومت داخلی دستگاه اندازه گیری در مدار می باشد .

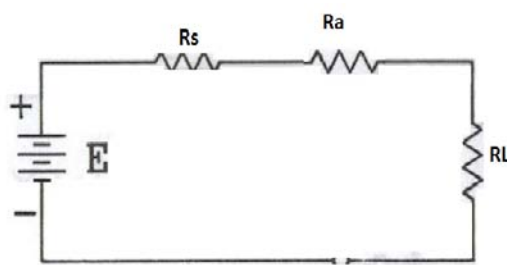
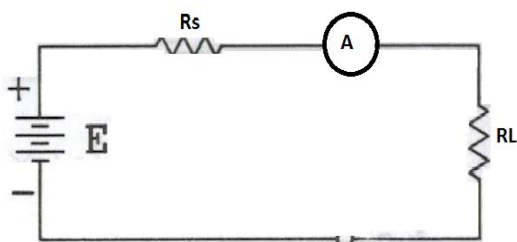


$$V_{AB} = E$$



$$V_{AB} = E \frac{R_v}{R_s + R_v}$$

هنگامی که دو سر A و B باز باشد ولتاژ دو سر آن برابر ولتاژ منبع یعنی E می باشد . ولی در صورتی که یک ولت‌متر به دو سر آن اتصال داده شود از نظر عملی یک مقاومت به آن دو سر وصل می شود . بنابراین ولتاژ دو سر A و B تقسیم ولتاژ منبع E روی دو مقاومت R_s و R_v می باشد که این مقدار از ولتاژ دو سر A و B کمتر است . در نتیجه هر چقدر مقاومت داخلی ولت‌متر بیشتر باشد ، خطای ناشی از آن کمتر می شود.

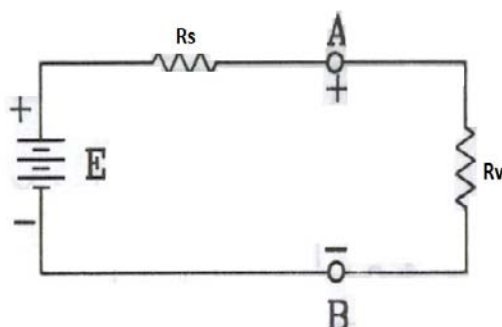


$$I_L = \frac{E}{R_s + R_L}$$

$$I_L = \frac{E}{R_s + R_a + R_L}$$

جریان واقعی مدار فوق برابر I_L می باشد . اما هنگامی که یک آمپر متر برای اندازه گیری جریان در مدار قرار می گیرد ، مقاومت داخلی آن که برابر R_a می باشد ، که بصورت سری به مدار اضافه می شود . بنابراین جریانی که آمپر متر نشان می دهد از جریان I_L کمتر است . در نتیجه هر چقدر مقاومت داخلی آمپر متر کمتر باشد خطای ناشی از بارگذاری آن کمتر می باشد .

مثال : ولتمتری دارای مقاومت داخلی $R_V = 20$ کیلو اهم می باشد . این ولتمتر به دو سر یک منبع ولتاژ واقعی که دارای مقاومت اهمی $R_S = 10$ کیلو اهم با ولتاژ $E = 6$ می باشد اتصال داده ایم مقدار ولتاژ نشان داده شده توسط ولتمتر و خطای اندازه گیری را محاسبه نمایید .



$$V_{AB} = E \frac{R_V}{R_S + R_V} = 6 \times \frac{20}{10 + 20} = 4 \text{ V}$$

مقدار واقعی - مقدار اندازه گیری شده = خطا

$$\text{خطا} : 4 - 6 = -2 \text{ V}$$

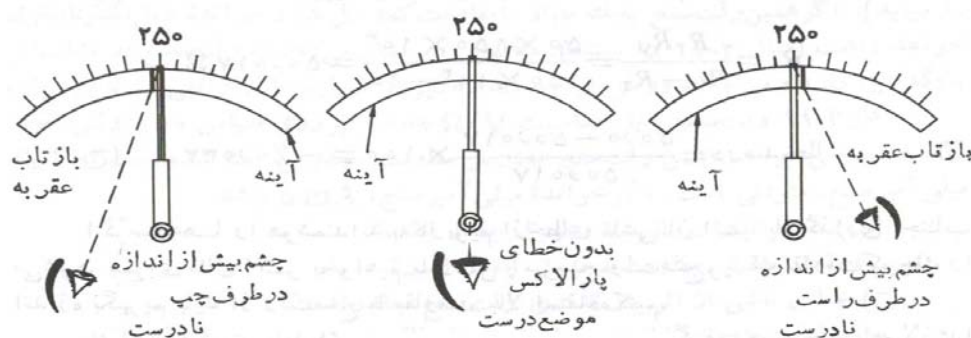
خطای ناشی از بارگذاری دستگاه اندازه گیری همواره یک عدد منفی می باشد .

ب (خطای ناشی از تاثیر عوامل خارجی موثر روی دستگاه اندازه گیری

عوامل خارجی مزاحم روی دستگاه اندازه گیری می تواند باعث ایجاد خطا در آن دستگاه شود . مانند درجه حرارت (درجه حرارت استاندارد برای کلیه قطعات ، سیستم ها و وسایل برقی ۲۵ درجه سانتی گراد می باشد) . چنانچه دما از این مقدار کمتر یا بیشتر شود در اندازه گیری ، خطا بوجود می آید . رطوبت ، گرد و غبار ، لرزش ، میدان های مزاحم خارجی مغناطیسی و الکتریکی و غیره می تواند در ایجاد خطا روی دستگاه اندازه گیری موثر باشد . بنابراین برای کاهش این نوع خطاها باید دستگاه اندازه گیری را از این عوامل مزاحم موثر خارجی حفاظت نماییم .

پ (خطای دید انسانی

خطای دید انسانی بیشتر مربوط به دستگاههای اندازه گیری آنالوگ می باشد . زیرا در دستگاههای دیجیتالی معمولا مقدار کمیت بصورت یک کمیت قرائت می شود . بنابراین کاربر های مختلف مقدار کمیت را یکسان قرائت می کنند . اما در دستگاههای آنالوگ چون عقربه با یک فاصله از صفحه نمایش قرار دارد چنانچه عمل قرائت بصورت عمودی صورت نگیرد باعث ایجاد خطا در اندازه گیری می شود . برای کاهش این خطا مخصوصا در دستگاههای آنالوگ آزمایشگاهی روی صفحه نمایش یک نوار آئینه ای وجود دارد تا هنگام قرائت ، اگر سایه عقربه دیده نشود ، مشخص شود که قرائت بصورت عمودی انجام شده است .



محاسبات خطا

طبق تعریف خطا برابر است با مقدار اندازه گیری شده منهای مقدار واقعی کمیت .

$$F = A - W$$

فاکتور تصحیح

$$-F = \text{منهای خطا} = \text{فاکتور تصحیح}$$

فاکتور تصحیح مقداری است که از نظر اندازه برابر خطا و از نظر علامت خلاف خطا می باشد . به عبارتی اگر مقدار اندازه گیری شده را با فاکتور تصحیح جمع کنیم مقدار واقعی کمیت بدست می آید .

خطای نسبی

طبق تعریف خطای نسبی برابر است با :

$$\epsilon = \frac{A-W}{W} = \frac{F}{W}$$

معمولا خطای نسبی بر حسب درصد بیان می شود :

$$\epsilon \% = \frac{F}{W} \times 100$$

مثال : یک مقاومت ۱۰۰ اهم به ولتاژ ۲۲۰ ولت اتصال داده شده است . جریانی که آمپر متر سری با مدار نشان می دهد ۲/۱۵ است . مطلوب است محاسبه خطا ، فاکتور تصحیح ، خطای نسبی و درصد خطای نسبی .

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{100} = 2.2 \text{ A}$$

$$F = A - W = 2.15 - 2.2 = - 0.05 \text{ A}$$

$$-F = + 0.05 \text{ A} = \text{فاکتور تصحیح}$$

$$\epsilon = \frac{A-W}{W} = \frac{F}{W} = \frac{- 0.05}{2.2} = - 0.022$$

$$\epsilon \% = \frac{F}{W} \times 100 = - 2.2 \%$$

خطای حدی (خطای گارانتی شده یا تضمین شده)

معمولا شرکت ها و کارخانجات سازنده قطعات و سیستم های برقی برای اطمینان مشتریان خود از کالاهای تولید شده آنها ، یک حداکثر خطایی را نسبت به مقدار نامی آن مشخص می کنند . این خطا را خطای حدی یا خطای گارانتی شده می نامند . هرگاه کمیتی دارای مقدار نامی A_S با حداکثر خطای $\pm 6_A$ باشد مقدار تضمین شده آن در محدوده زیر می باشد :

$$A_a = A_s \pm 6_A \quad \text{محدوده تضمین شده}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta A}{A_S} \rightarrow \Delta A = A_S \varepsilon_r \quad \text{مقدار خطای حدی نسبی}$$

$$A_a = A_S \pm A_S \varepsilon_r = A_S (1 \pm \varepsilon_r)$$

$$\varepsilon_r \% = \frac{\Delta A}{A_S} \times 100 \quad \text{خطای حدی نسبی بر حسب درصد}$$

مثال : یک مقاومت الکتریکی دارای مقدار نامی ۱۰۰ اهم با خطای $\pm 10\%$ اهم می باشد .
مطلوب است محاسبه خطای حدی نسبی و درصد خطای حدی نسبی و محدوده گارانتی شده آن .

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta A}{A_S} = \frac{\pm 10}{100} = \pm 0.1$$

$$\varepsilon_r \% = \pm 10 \%$$

$$A_a = A_S (1 \pm \varepsilon_r) = 100 (1 \pm 0.1)$$

$$90 \Omega \leq R \leq 110 \Omega$$

ترکیب خطاها

در برخی موارد بدست آوردن مقدار یک کمیت لازم است مقدار دو یا چند کمیت را اندازه گیری نمود و با استفاده از روابطی که داریم مقدار کمیت مورد نظر را بدست آوریم . بعنوان مثال برای محاسبه توان یک مصرف کننده لازم است مقدار ولتاژ و جریان آن اندازه گیری نمود و از رابطه $P = V \times I$ مقدار توان را بدست آوریم . با توجه به معلوم بودن خطای اندازه گیری ولتاژ و جریان می توان خطای توان را محاسبه کرد . در حالت کلی برای آنکه بتوانیم مقدار کمیت خطای هر کمیت را بدست آوریم ، لازم است خطای حاصل جمع ، حاصل تفریق ، حاصل ضرب ، حاصل تقسیم و حاصل توان دو یا چند کمیت و همچنین ترکیبی از آنها را بدانیم .

خطای حاصل جمع

اگر نتیجه اندازه گیری دو کمیت u و v بصورت $y = u + v$ باشد . آنگاه مقدار خطا برابر است با :

$$\frac{d_y}{y} = \frac{d(u+v)}{y} = \frac{d_u}{y} + \frac{d_v}{y}$$

$$\frac{d_y}{y} = \frac{u}{y} \frac{d_u}{u} + \frac{v}{y} \frac{d_v}{v}$$

توجه شود برای بدست آوردن محدوده حداکثر خطا ، لازم است مثبت ترین مقدار خطا و منفی ترین مقدار خطا مشخص شود . که این محدوده برابر است با :

$$\frac{\partial y}{y} = \pm \left(\frac{u}{y} \frac{\partial u}{u} + \frac{v}{y} \frac{\partial v}{v} \right)$$

مثال : سه مقاومت با مقادیر نامی زیر موجود می باشد :

$$R1 = 37 \, \Omega \pm 5 \% \quad R2 = 75 \, \Omega \pm 5 \% \quad R3 = 50 \, \Omega \pm 5 \%$$

اندازه و خطای حاصل جمع این سه مقاومت به اهم و درصد را بدست آورید .

$$R1 = 37 \pm \frac{5}{100} \times 37 = 37 \pm 1.85$$

$$R2 = 75 \pm \frac{5}{100} \times 75 = 75 \pm 3.75$$

$$R3 = 50 \pm \frac{5}{100} \times 50 = 50 \pm 2.5$$

$$R = (50 + 75 + 50) \pm (1.85 + 3.75 + 2.5) = 162 \pm 8.1 \, \Omega$$

خطای حاصل جمع سه مقاومت به درصد برابر است با :

$$\pm \frac{8.1}{162} \times 100 = \pm 5 \%$$

خطای حاصل تفریق

گر اندازه گیری دو کمیت u و v بصورت $y = u - v$ باشد ، آنگاه مقدار خطای y برابر است با :

$$\frac{d_y}{y} = \frac{d(u-v)}{y} = \frac{d_u}{y} - \frac{d_v}{y}$$

$$\frac{d_y}{y} = \frac{u}{y} \frac{d_u}{u} - \frac{v}{y} \frac{d_v}{v}$$

مثبت ترین مقدار خطای فوق ، وقتی ایجاد می شود که عبارت اول دارای خطای مثبت و عبارت دوم دارای خطای منفی باشد . منفی ترین عبارت فوق زمانی بوجود می آید که عبارت اول دارای خطای منفی و عبارت دوم دارای خطای مثبت باشد بنابراین در حالت کلی محدوده بیشترین مقدار خطای منفی و بیشترین خطای مثبت بصورت زیر می باشد :

$$\frac{\partial y}{y} = \pm \left(\frac{u}{y} \frac{\partial u}{u} + \frac{v}{y} \frac{\partial v}{v} \right)$$

در حالت کلی اگر حاصل اندازه گیری u و v و w و بصورت $y = \pm u \pm v \pm w \pm \dots$

آنگاه مقدار خطای y برابر است با :

$$\frac{\partial y}{y} = \pm \left(\frac{u}{y} \frac{\partial u}{u} + \frac{v}{y} \frac{\partial v}{v} + \frac{w}{y} \frac{\partial w}{w} \right)$$

خطای حاصل ضرب

اگر نتیجه اندازه گیری دو کمیت u و v بصورت $y = u.v$ باشد . آنگاه مقدار خطای y برابر است با :

$$\ln y = \ln (u.v) = \ln u + \ln v$$

$$\frac{d_y}{y} = \frac{d_u}{u} + \frac{d_v}{v}$$

$$\frac{\partial y}{y} = \pm \left(\frac{\partial u}{u} + \frac{\partial v}{v} \right)$$

خطای حاصل تقسیم

اگر اندازه گیری دو کمیت u و v بشکل $y = \frac{u}{v}$ باشد ، آنگاه مقدار خطای y برابر است با :

$$\ln y = \ln \left(\frac{u}{v} \right) = \ln u - \ln v$$

$$\frac{d_y}{y} = \frac{d_u}{u} - \frac{d_v}{v}$$

با توجه به توضیحی که در خطای حاصل تفریق بیان شد داریم :

$$\frac{\partial y}{y} = \pm \left(\frac{\partial u}{u} + \frac{\partial v}{v} \right)$$

در حالت کلی اگر اندازه گیری چند کمیت u و v و w و ... بشکل یکی از حالت‌های زیر باشد آنگاه مقدار خطای y برابر است با :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = u \cdot v \cdot w \dots \\ Y = \frac{1}{u \cdot v \cdot w \dots} \\ Y = \frac{u}{v \cdot w \dots} \end{array} \right. \rightarrow \frac{\partial y}{y} = \pm \left(\frac{\partial u}{u} + \frac{\partial v}{v} + \frac{\partial w}{w} \dots \right)$$

خطای حاصل توان

اگر نتیجه اندازه گیری بصورت $y = u^n$ باشد ، آنگاه مقدار خطای y برابر است با :

$$\ln y = \ln (u^n) = n \ln u$$

$$\frac{d_y}{y} = n \frac{d_u}{u} \rightarrow \frac{\partial y}{y} = \pm n \frac{\partial u}{u}$$

$$y = u^n \cdot v^m \rightarrow \frac{\partial y}{y} = \pm n \frac{\partial u}{u} \pm m \frac{\partial v}{v} = \left(n \frac{\partial u}{u} + m \frac{\partial v}{v} \right)$$

با توجه به آنکه در روابط خطا هنگامی که عبارت توان داشته باشد ملاحظه می شود که مقدار توان در مقدار خطا ضرب می شود . در نتیجه خطای حاصل ، خطای بزرگی را تولید می کند .

بنابراین هنگام بدست آوردن یک کمیت مجهول باید سعی شود در حد امکان از روابطی استفاده شود که در آن روابط توان نداشته باشد .

اگر هنگام محاسبه مقدار خطا در یک رابطه به مقادیر ثابت برسیم ، این مقادیر خطا ندارند .

کلاس دستگاه اندازه گیری

دستگاههای اندازه گیری بر حسب پارامترهای مورد نظر استاندارد می شوند . خطای نسبی دستگاه اندازه گیری که روی آن نوشته می شود ، کلاس دستگاه اندازه گیری نامیده می شود که از رابطه زیر بدست می آید .

$$\text{کلاس دستگاه} = \frac{\partial_A}{\text{رنج اندازه گیری}} \times 100$$

در عمل بجای آنکه مقدار خطا در رنج های مختلف یک دستگاه اندازه گیری داده شود ، کلاس دستگاه مشخص می شود تا از روی کلاس دستگاه بتوانیم مقدار خطا برای رنج های مختلف را محاسبه نماییم .

مثال : یک آمپر متر ۱۰۰ آمپری دارای کلاس ۰/۵ می باشد . خطای اندازه گیری را به ازای رنج های مختلف زیر محاسبه نمایید .

$$I_1 = 100 \text{ A} \quad I_2 = 50 \text{ A} \quad I_3 = 1 \text{ A}$$

$$\partial_{I_1} = \frac{\text{رنج اندازه گیری} \times \text{کلاس}}{100} = \frac{0.5 \times 100}{100} = 0.5 \text{ A}$$

$$\partial_{I_2} = \frac{\text{رنج اندازه گیری} \times \text{کلاس}}{100} = \frac{0.5 \times 50}{100} = 0.25 \text{ A}$$

$$\partial_{I_3} = \frac{\text{رنج اندازه گیری} \times \text{کلاس}}{100} = \frac{0.5 \times 1}{100} = 0.005 \text{ A}$$

با توجه به مثال فوق در می یابیم که هر چقدر رنج دستگاه اندازه گیری بیشتر باشد ، خطای اندازه گیری نیز افزایش می یابد . بنابراین در عمل رنج دستگاه باید روی اولین رنج بعد از مقدار

کمیت مجهول ورودی باشد . زیرا اگر رنج دستگاه کمتر از مقدار کمیت باشد دستگاه اندازه گیری قابلیت بدست آوردن آنرا نداشته و در بیشتر مواقع باعث صدمه رسیدن به دستگاه می باشد . همچنین اگر رنج دستگاه بیشتر از اولین رنج بعد از کمیت باشد ، اندازه گیری صورت می گیرد ولی همراه با خطای بیشتر می باشد . بنابراین با توجه به آن که مقدار کمیت ورودی مجهول است لذا رنج دستگاه اندازه گیری را از زیاد ، کم می کنیم تا در محدوده اولین رنج بعد از کمیت مجهول قرار گیرد .

مثال : مقدار مقاومت یک مدار توسط اندازه توان در آن مدار صورت گرفته است . مطلوب است محاسبه خطای اندازه گیری مقاومت در صورتی که خطای اندازه گیری توان و جریان به ترتیب $\pm 2\%$ و $\pm 3\%$ باشد .

$$R = \frac{P}{I^2} \rightarrow \partial R \% = \pm (\partial P + 2\partial I) \%$$

$$\partial R \% = \pm (2 + 2 \times 3) \% = \pm 8 \%$$

مثال : معادله مربوط به تعیین مقاومت مجهول از رابطه زیر بدست می آید :

$$R_X = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_1 = 10 \Omega \pm 0.5 \%$$

$$R_2 = 1000 \Omega \pm 10 \%$$

$$R_3 = 842 \Omega \pm 1.5 \%$$

مطلوبست محاسبه :

الف (مقدار مقاومت مجهول
ب (درصد خطای مقاومت مجهول
پ (محدوده
گارانتی شده مقاومت مجهول

الف (

$$R_X = \frac{1000 \times 842}{100} = 8420 \Omega$$

ب (

$$\partial R_X \% = \pm (\partial R_2 + \partial R_3 + \partial R_1) \% = \pm 3 \%$$

(پ)

$$\pm \frac{3}{100} \times 8420 = \pm 252.6 \Omega$$

$$8420 - 252.6 \leq R_X \leq 8420 + 252.6$$

$$8167.4 \leq R_X \leq 8672.6$$

مثال : ولت متری با حساسیت ۱۰۰۰ اهم بر ولت روی رنج ۱۵۰ ولت خود ، مقدار ۱۰۰ ولت را نشان می دهد . این ولتمتر به دو سر مقاومت مجهولی بسته شده است که با میلی آمپر متر سری می باشد . اگه مقدار قرائت شده توسط میلی آمپر متر ۵ میلی آمپر باشد ، مطلوبست محاسبه :

الف (مقدار مقاومت ظاهری ب (مقدار مقاومت واقعی پ (خطای بارگذاری

ت (چنانچه میلی آمپر متر ۸۰۰ میلی آمپر و ولت متر روی رنج ۱۵۰ ولت خود ، ۴۰ ولت را نشان دهد . قسمتهای قبل را تکرار کنید .

$$R = \frac{V}{I} = \frac{100}{5 \times 10^{-3}} = 20 K\Omega$$

حساسیت $\times$ رنج = مقاومت داخلی

$$R_V = 1000 \times 150 = 150 K\Omega$$

$$R_t = R_X \parallel R_V = \frac{R_X R_V}{R_X + R_V}$$

$$R_X = \frac{20 \times 150}{150 - 20} = 23.07 k\Omega$$

$$F = \frac{A - W}{W} = \frac{20 - 23.07}{23.07} = - 0.133 \rightarrow F \% = - 13.3 \%$$

(د)

$$R = \frac{V}{I} = \frac{40}{800 \times 10^{-3}} = 50 \Omega \quad \text{ظاهری}$$

$$R_x = \frac{50 \times 150 \times 10^3}{150 \times 10^3 - 50} = 50.01 \Omega$$

$$F = \frac{A-W}{W} = \frac{50-50.01}{50.01} = -1.99 \times 10^{-4} \rightarrow F \% = -1.99 \times 10^{-2} \%$$

نتیجه می شود اولاً خطای ناشی از بارگذاری دستگاه اندازه گیری در مدار همیشه یک خطای منفی می باشد . ثانیاً هر چقدر مقاومت داخلی ولت‌متر نسبت به مقاومت مجهول بیشتر باشد ، خطای ناشی از بار گذاری ولت‌متر کمتر می شود .

مثال : جریان ۶۴ میلی آمپر از مقاومت ۳۲۰۰ اهم عبور می کند مطلوب است محاسبه تلفات توان در مقاومت . همچنین اگر خطای اندازه گیری مقاومت $\pm 2\%$ و خطای اندازه گیری جریان $\pm 7.5\%$ باشد ، مقدار خطای توان چقدر می باشد .

$$P = R I^2 = 3200 (64 \times 10^{-3}) = 13.2 \text{ V}$$

$$\partial P \% = \pm (\partial R + 2 \partial I) \% = \pm (2 + 2 \times 7.5) \% = \pm 17 \%$$

مثال : مقدار فرکانس مداری از رابطه زیر بدست می آید :

$$F = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$R_1 = 10 \text{ K}\Omega \pm 5\% \quad R_2 = 2 \text{ K}\Omega \pm 3\% \quad C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F} \pm 10\%$$

$$C_2 = 5 \text{ }\mu\text{F} \pm 8\%$$

مطلوبست محاسبه مقدار فرکانس و محدوده گارانتی شده و خطای آن .

$$F = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} = 30 \text{ Hz}$$

$$\partial F\% = \pm 1/2 (\partial R_1 + \partial R_2 + \partial C_1 + \partial C_2)\% = \pm 1/2 (5 + 3 + 10 + 8)\%$$

$$= \pm 13 \%$$

$$\pm \frac{13}{100} \times 30 = \pm 3.9 \rightarrow 26.1 \leq F \leq 33.9$$

خطاهای باقی مانده ای (اتفاقی یا تصادفی)

خطاهای باقی مانده ای به خطاهایی گفته می شود که منابع ایجاد آنها شناخته شده نمی باشند . بنابراین این خطاها معمولاً قابل بررسی ، کاهش و محاسبه نیستند و فقط نظم و ترتیب در کارها و استفاده از روشهای آماری که در ادامه بررسی می شود می توانند تا اندازه ای مقدار این خطاها را کاهش دهند .

میانگین حسابی : با احتمال ترین مقدار یک متغیر اندازه گیری شده میانگین حسابی قرائت های انجام شده است . بهترین تقریب وقتی ایجاد می شود که تعداد قرائت های کمیت خیلی زیاد باشد . از نظر تئوری اگر تعداد قرائت های به سمت بی نهایت میل کند ، میانگین بدست آمده به سمت مقدار واقعی کمیت میل می نماید . اما در عمل تعداد محدودی از اندازه گیری ها را می توان بدست آورد . مقدار میانگین حسابی بصورت زیر بدست می آید .

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum X}{n}$$

X_1 تا X_n : نمونه ها تعداد خوانده ها : n میانگین حسابی : $\bar{X}$

انحراف : فاصله مقدار خوانده ها از مقدار میانگین آنها انحراف است که با نماد d نمایش می دهند .

$$d_1 = X_1 - \bar{X}$$

$$d_2 = X_2 - \bar{X}$$

$$d_3 = X_3 - \bar{X} \rightarrow \bar{X} = \frac{\sum (X_n - d_n)}{n}$$

$$d_n = X_n - \bar{X}$$

جمع جبری انحراف ها عبارتست از :

$$\begin{aligned} d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n &= (X_1 - \bar{X}) + (X_2 - \bar{X}) + (X_3 - \bar{X}) + \dots + (X_n - \bar{X}) \\ &= (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n) - n\bar{X} \end{aligned}$$

انحراف میانگین : انحراف میانگین مشخص کننده دقت دستگاه اندازه گیری بکار رفته در اندازه

گیری می باشد . دستگاههای اندازه گیری که دقت اندازه گیری بالایی دارند ، مقدار انحراف میانگین آنها کم می باشد . انحراف میانگین بنا به تعریف قدر مطلق انحراف ها تقسیم بر تعداد آنها می باشد .

$$D = \frac{|d_1| + |d_2| + |d_3| + \dots + |d_n|}{n} = \frac{\sum |d|}{n}$$

انحراف معیار : یکی از کمیت های مهم دیگر که در تحلیل خطاهای تصادفی بکار می رود ، انحراف معیار یا جذر میانگین مربعات می باشد . که از رابطه زیر بدست می آید .

$$SD = 6 = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$$

در عمل تعداد نمونه ها محدود می باشد . اگر تعداد مشاهده ها از ۲۰ نمونه کمتر باشد انحراف معیار را با نماد σ داده و از رابطه فوق بدست می آید . چنانچه تعداد نمونه ها از ۲۰ کمتر باشد با S نشان داده که از رابطه زیر بدست می آید .

$$S = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n-1}}$$

واریانس : متوسط توان دوم انحراف ها می باشد . به عبارتی واریانس توان دوم انحراف معیار است .

$$V = (SD)^2 = 6^2 = \frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_n^2}{n} = \frac{\sum d^2}{n}$$

اگر تعداد نمونه ها کمتر از ۲۰ باشد ، آنگاه واریانس برابر است با :

$$V = S^2 = \frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_n^2}{n-1} = \frac{\sum d^2}{n-1}$$

مثال : جریان یک مدار توسط یک آمپر متر چندین مرتبه بطور مستقل اندازه گیری شده و نتایج زیر بدست آمده است :

$$12.8 - 12.2 - 12.5 - 13.1 - 12.9 - 12.4$$

مطلوبست محاسبه میانگین حسابی ، انحراف میانگین ، انحراف معیار و واریانس .

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{12.8+12.2+12.5+13.1+12.9+12.4}{6} = 12.65$$

$$d_1 = X_1 - \bar{X} = 12.8 - 12.65 = 0.15$$

$$d_2 = X_2 - \bar{X} = 12.2 - 12.65 = - 0.45$$

$$d_3 = X_3 - \bar{X} = 12.5 - 12.65 = - 0.15$$

$$d_4 = X_4 - \bar{X} = 13.1 - 12.65 = 0.45$$

$$d_5 = X_5 - \bar{X} = 12.9 - 12.65 = 0.25$$

$$d_6 = X_6 - \bar{X} = 12.4 - 12.65 = - 0.25$$

$$D = \frac{\sum |d|}{n} = \frac{0.15-0.45-0.15+0.45+0.25-0.25}{6} = 0.283$$

هر چقدر این عدد به صفر نزدیکتر باشد ، دقت اندازه گیری بیشتر است .

چون تعداد نمونه ها کمتر از ۲۰ می باشد ، بنابراین انحراف معیار برابرست با :

$$S = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{(0.15)^2 + (-0.45)^2 + (0.15)^2 + (0.45)^2 + (0.25)^2 + (-0.25)^2}{6-1}}$$

$$S = 0.399$$

$$V = S^2 = 0.115$$

نیازی به تغییر R_{sh} نمی باشد .

مثال : معادله یک سلف مجهول از رابطه روبرو بدست می آید .

$$L_x = \frac{\sqrt{R_1 C_1}}{1 + \omega^2 C_2 R_2}$$

$$R_1 = 150 \Omega \pm 10\% , R_2 = 100 \Omega \pm 3\% , C_1 = 2 \mu F \pm 2\%$$

$$C_2 = 1 \mu F \pm 5\%$$

مطلوبست مقدار سلف مجهول ، خطای سلف مجهول و محدوده گارانتی شده .

$$L_x = \frac{\sqrt{150 \times 2 \times 10^{-6}}}{1 + 4\pi^2 + 60^2 \times 10^{-6} \times 100} = 1.2mf$$

$$\partial L_x \% = \pm (1/2 \partial R_1 + 1/2 \partial C_2 + 2\partial F + \partial C_3 + \partial R_2) \% = \pm 24 \%$$

$$\pm \frac{24}{100} \times 1.2mH = \pm 0.288 \times 10^{-3}$$

$$0.912\text{mh} \leq L_x \leq 1.488\text{mH}$$

مثال : سه مقاومت ۲۵۰ و ۵۰۰ و ۳۷۵ اهم را بطور موازی بهم وصل شده اند . خطای نسبی مقاومت ها بترتیب عبارتند از ۰/۰۲۵+ و ۰/۰۳۶- و ۰/۰۱۴+ .

مقاومت بر آیند صرف نظر از خطاها ، مقاومت برآیند با در نظر گرفتن خطا و خطای نسبی مقاومت برآیند بر مبنای مقادیر نامی را بدست آورید .

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 \rightarrow R = 115.4\Omega$$

$$\partial R_1 = 0.025 \times 250 = +6.25 , \quad R'_1 = 250 + 6.25 = 256.25 \Omega$$

$$\partial R_2 = -0.036 \times 500 = -18 , \quad R'_2 = 500 - 18 = 482 \Omega$$

$$\partial R_3 = 0.014 \times 375 = 5.25 , \quad R'_3 = 375 + 5.25 = 380.25 \Omega$$

$$1/R' = 1/R'_1 + 1/R'_2 + 1/R'_3 \rightarrow R' = 116.3 \Omega$$

$$\frac{\partial R}{R} = \frac{116.3-115.4}{115.4} = 0.0076 \rightarrow 0.76\%$$

مثال : اگر جریان مورد سنجش در مدار ۳۶۰ میلی آمپر و حداکثر جریان مجاز آمپر متر ۱۲۰ میلی آمپر می باشد . مطلوبست تعیین R_{sh} مربوطه ، در صورتیکه مقاومت داخلی آمپر متر ۴۵ اهم باشد . چنانچه جریان مدار ۲۵۰ میلی آمپر باشد آیا نیاز به تغییر R_{sh} می باشد ؟ جریان I_m و I_{sh} را محاسبه نمایید .

$$I_{sh} = 120\text{mA} , \quad I = 360 \text{ mA}$$

$$m = \frac{I}{I_{sh}} = 3 \rightarrow R_{sh} = \frac{R_m}{m-1} = \frac{45}{2} = 22.5 \Omega$$

$$I_m = \frac{22.5}{22.5+45} \times 250 = 118.43 \text{ mA}$$

$$I_{sh} = I - I_m = 250 - 118.43 = 131.57 \text{ mA}$$

نیازی به تغییر R_{sh} نمی باشد .

مثال : در صورتیکه یک آمپر متر ۸۰۰ میلی آمپر و ولتمتر روی رنج ۱۵۰ ولت خود ، ۴۰ ولت نشان دهد و حساسیت $1200 \Omega/g$ بر روی مقیاس ۱۰۰ باشد .

مطلوبست مقدار ظاهری مقاومت ، مقدار حقیقی مقاومت و خطای ناشی از اثر بارگذاری ولتمتر

$$R_t = \frac{E_t}{I_t} = \frac{40}{800 \times 10^{-3}} = 50 \Omega$$

رنج $\times$ حسایت : R_v

$$R_v = 1200 \times 100 = 120 \text{ K}\Omega$$

$$R_t = (R_x \parallel R_v) \text{ ظاهری}$$

$$R_x' = \frac{R_t R_v}{R_t - R_v} = \frac{50 \times 120 \times 10^{-3}}{120 \times 10^{-3} - 50} = 50.02 \Omega \text{ واقعی}$$

$$\text{درصد خطا} = \frac{50 - 50.02}{50.02} \times 100 = -0.029\%$$

مثال : یک گالوانومتر دارای مقاومت اهمی ۲۰۰ اهم و جریان انحراف تمام مقیاس ۲۰ میلی آمپر می باشد . می خواهیم توسط این گالوانومتر یک آمپر سنج ۴ رنجی بسازیم که دارای رنج های ۲۰۰ و ۴۰۰ میلی آمپر ، ۱ و ۲ آمپر باشد . مقاومت شنت لازم را بدست آورید .

$$m_1 = \frac{I}{I_m} = \frac{200}{20} = 10 \rightarrow R_{sh1} = \frac{200}{10-1} = \frac{200}{9}$$

$$m_2 = \frac{I}{I_m} = \frac{400}{20} = 20 \rightarrow R_{sh2} = \frac{200}{20-1} = \frac{200}{19}$$

$$m_3 = \frac{I}{I_m} = \frac{1000}{20} = 50 \rightarrow R_{sh3} = \frac{200}{50-1} = \frac{200}{49}$$

$$m_4 = \frac{I}{I_m} = \frac{2000}{20} = 100 \rightarrow R_{sh4} = \frac{200}{100-1} = \frac{200}{99}$$

مثال : در یک اهم متر سری حداکثر جریان گالوانومتر ۱ میلی آمپر و مقاومت داخلی آن ۲۴ اهم میباشد . مقدار باتری داخل دستگاه ۳ ولت است . چنانچه مقاومت انحراف نصف مقیاس ۲۰۰۰ اهم باشد ، مطلوبست : جریان باتری به ازای $R_x = 0$ و محاسبه مقدار مقاومت R_1 و R_2 .

$$R_x = 0 \rightarrow I_1 = \frac{E}{R_H} = \frac{3}{2000} = 1.5 \text{ mA}$$

$$R_x = \frac{R_{F_s} R_x R_H}{E + I_{F_s} R_H} = 48 \Omega$$

$$R_1 = R_H \frac{R_x R_2}{R_m + R_2} = 1984 \Omega$$

فصل سوم:

معادلات دیفرانسیل توصیف کننده رفتار دستگاه های
اندازه گیری

معادلات دیفرانسیل توصیف کننده رفتار دستگاه های اندازه گیری

سیستم خطی مستقل از زمان: اگر معادله ی دیفرانسیل توصیف کننده ی رفتار یک سیستم دارای ضریب ثابت باشد ، آن معادله را خطی مستقل از زمان می نامند.

تابع تبدیل: تابع تبدیل یک سیستم خطی مستقل از زمان را به صورت نسبت تبدیل لاپلاس متغیر خروجی به تبدیل لاپلاس متغیر ورودی زمانی که تمامی شرایط اولیه برابر صفر باشند، تعریف می کنیم . یک معادله ی دیفرانسیل دارای درجه ی n به صورت زیر می باشد :

$$a_n \frac{d^n C(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} C(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dC(t)}{dt} + a_0 C(t) = b_m \frac{d^m C(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t)$$

در معادله ی فوق $C(t)$ متغیر خروجی و $r(t)$ متغیر ورودی و a_n تا a_0 و b_m تا b_0 ضرایب ثابت می باشند. برای به دست آمدن تابع تبدیل معادله ی دیفرانسیل فوق لازم است از طرفین معادله تبدیل لاپلاس بگیریم که در اینصورت داریم :

$$(a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0) C(s) = (b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \dots + b_1 S + b_0) R(s)$$

تابع تبدیل را با $G(s)$ نمایش داده و داریم :

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \dots + b_1 S + b_0)}{(a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0)}$$

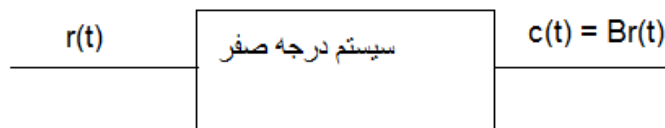
با داشتن تابع تبدیل سیستم درجه n می توان تابع تبدیل را برای سیستم های با درجه پایین تر مورد بررسی قرار داد .

سیستم درجه ی صفر

اگر بالاترین درجه ی مشتق در معادله ی دیفرانسیل توصیف کننده رفتار یک دستگاه اندازه گیری از درجه صفر باشد ، آن را سیستم درجه صفر می نامیم و در حالت کلی داریم :

$$a_0 C(t) = b_0 r(t) \rightarrow C(t) = \frac{b_0}{a_0} r(t)$$

$$\frac{b_0}{a_0} = B \quad \text{بهره حالت ماندگار سیستم}$$



رابطه ی فوق نشان می دهد که در سیستم درجه ی صفر خروجی ، ورودی را به طور خطی و با ضرایب ثابت B دنبال می کند . نمونه سیستم درجه صفر مقاومت متغیر خطی می باشد .
سیستم درجه یک

اگر بالاترین درجه ی مشتق در معادله دیفرانسیل توصیف کننده رفتار یک دستگاه اندازه گیری از درجه یک باشد ، آنرا سیستم درجه یک نامیده و به شکل کلی زیر نمایش می دهند .

$$a_1 \frac{dC(t)}{dt} + a_0 C(t) = b_0 r(t)$$

برای آن که ضریب خروجی $C(t)$ برابر یک شود ، طرفین رابطه را بر a_0 تقسیم می کنیم .

$$\frac{a_1}{a_0} \frac{dC(t)}{dt} + C(t) = \frac{b_0}{a_0} r(t)$$

$$\tau \frac{dC(t)}{dt} + C(t) = Br(t)$$

بنابراین برای به دست آوردن تابع تبدیل سیستم درجه یک لازم است از طرفین معادله دیفرانسیل تبدیل لاپلاس گرفته سپس نسبت تبدیل لاپلاس متغیر خروجی به ورودی را به دست آوریم :

$$\tau SC(s) + C(s) = BR(s)$$

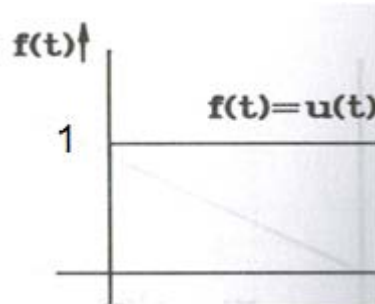
$$C(s) + \tau(s) = BR(s)$$

$$\rightarrow G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{B}{1+\tau S}$$

برای تحلیل و بررسی عملکرد خروجی ابتدا باید ورودی های مختلف به آن اعمال شود سپس به ازای آن خروجی را تحلیل نماییم .

ورودی پله

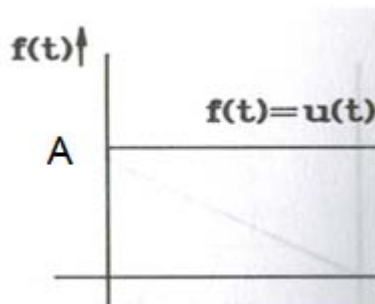
پله واحد :



$$r(t) = u(t) = \begin{cases} r(t) = 0 : t < 0 \\ r(t) = 1 : t \geq 0 \end{cases}$$

تبدیل لاپلاس پله واحد: $r(t) = u(t) \rightarrow R(S) = \frac{1}{S}$

پله غیر واحد :



$$r(t) = Au(t) = \begin{cases} r(t) = 0 : t < 0 \\ r(t) = A : t \geq 0 \end{cases}$$

پاسخ سیستم درجه یک به ورودی پله ی واحد:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+\tau s} \quad , \quad B=1$$

$$C(s) = R(s) \cdot G(s) = \frac{1}{S} \times \frac{1}{1+\tau s}$$

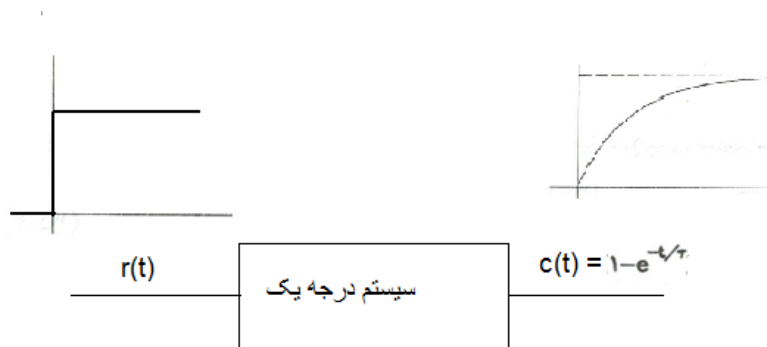
برای تحلیل و بررسی عملکرد خروجی لازم است خروجی را در حوزه زمان داشته باشیم. بدین منظور مقدار خروجی در حوزه لاپلاس را با استفاده از کسرهای جزئی تفکیک نموده و از آن عکس تبدیل لاپلاس می گیریم . به این صورت مقدار خروجی در حوزه زمان به دست می آید.

$$C(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$

$$C(t=0) = 1 - 1 = 0$$

$$C(t \rightarrow \infty) = 1 - 0 = 1$$

با توجه به مقدار خروجی به دست آمده در لحظه اول و در زمان زیاد و نظر به شکل معادله خروجی در حوزه زمان که به صورت نمایی است، در می یابیم که خروجی، ورودی را از مقدار اولیه صفر تا مقدار نهایی یک به صورت نمایی و با شیب T دنبال می کند و بعد از گذشت زمان زیاد مقدار ثابت یک را به خود می گیرد.



مقدار خطای سیستم فوق را به صورت زیر می توان به دست آورد.

$$e_m(t) = r(t) - c(t) = 1 - [1 - e^{-t/\tau}] = e^{-t/\tau}$$

مقدار خطا در لحظه ی اول را می توان با قرار دادن صفر در رابطه ی خطا به جای زمان به دست آورد.

$$e_m(t=0) = 1 \text{ یا } 100\%$$

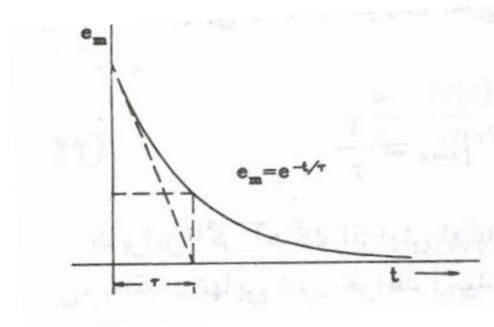
$$e_m(t \rightarrow \infty) = 0$$

خطای حالت ماندگار سیستم :

خطای حالت نهایی سیستم که به آن خطای حالت ماندگار گفته می شود از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_m(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-t/\tau} = 0$$

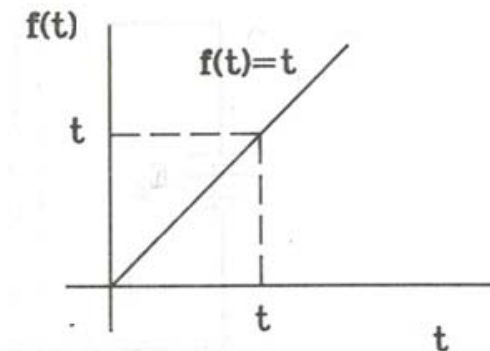
بنابراین برای دستگاه اندازه گیری درجه یک به ازای ورودی پله واحد خطا از مقدار اولیه یک تا مقدار نهایی صفر به صورت نمایی کاهش می یابد . بنابراین منحنی خطا به صورت زیر می شود :



اگر ورودی پله واحد نباشد و به صورت $r(t)=Au(t)$ باشد در کلیه روابط فوق ضریب A اضافه می شود .

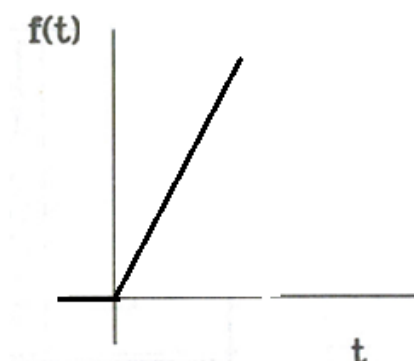
پاسخ سیستم درجه یک به ورودی شیب واحد

شیب واحد :



$$r(t) = tu(t) = \begin{cases} r(t) = 0 & : t < 0 \\ r(t) = t & : t \geq 0 \end{cases}$$

شیب غیر واحد :



$$r(t) = Atu(t) = \begin{cases} r(t) = 0 & : t < 0 \\ r(t) = At & : t \geq 0 \end{cases}$$

$$r(t) = tu(t) \rightarrow R(S) = \frac{1}{S^2}$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+\tau S} \rightarrow C(s) = R(s) \cdot G(s) = \frac{1}{S^2} \times \frac{1}{1+\tau S}$$

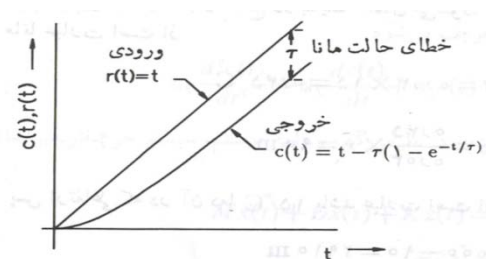
بنابراین خروجی در حوزه ی لاپلاس به صورت فوق به دست می آید اما برای تجزیه ، تحلیل و بررسی لازم است مقدار خروجی را در حوزه زمان داشته باشیم . برای این منظور با استفاده از کسرهای جزئی خروجی فوق را تفکیک نموده و سپس مقدار آن را در حوزه زمان به دست می آوریم یعنی عکس تبدیل لاپلاس انجام می دهیم .

$$C(t) = t - \tau(1 - e^{-t/\tau})$$

$$C(t=0) = 0 - \tau(1 - 1) = 0$$

$$C(t \rightarrow \infty) = t - \tau(1 - 0) = t - \tau$$

بنابراین با داشتن خروجی در لحظه اول و در زمان زیاد و همچنین شکل معادله خروجی که به صورت نمایی می باشد.



بنابراین خروجی ورودی را از مقدار اولیه صفر به صورت نمایی دنبال نموده و بعد از زمان زیاد، مقدار خروجی نمایش داده به اندازه ثابت زمانی سیستم یعنی T از ورودی اختلاف دارد.

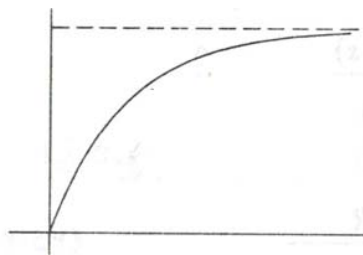
مقدار خطای دستگاه اندازه گیری درجه اول به ورودی شیب برابر است با :

$$e_m(t) = r(t) - c(t) = t - [t - \tau(1 - e^{-t/\tau})] = \tau(1 - e^{-t/\tau})$$

برای بررسی خطا، مقدار خطا را در لحظه ی اول و در زمان زیاد به دست می آوریم :

$$e_m(t = 0) = 0$$

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_m(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \tau(1 - e^{-t/\tau}) = \tau$$



ملاحظه می شود که برای دستگاه اندازه گیری درجه یک هنگامی که ورودی آن شیب باشد، خطا از مقدار اولیه صفر به صورت نمایی زیاد شده و بعد از گذشت زمان زیاد مقدار ثابت T را به خود می گیرد.

در صورتی که ورودی دستگاه اندازه گیری درجه اول شیب واحد نباشد ورودی به صورت $r(t) = Au(t)$ باشد، در کلیه ی روابط فوق ضریب A اعمال می شود. نمونه اندازه گیری درجه اول دماسنج جیوه ای می باشد و اعمال ورودی شیب به آن بدین صورت است که مثلاً دماسنج را داخل ظرف آبی قرار داده و آن را روی یک وسیله ی گرم کننده قرار می دهیم تا دمای آب را به طور خطی افزایش دهد.

مثال: دمای یک کوره با شیب 0.1 درجه سانتی گراد بر ثانیه افزایش می یابد. حداکثر ثابت زمانی یک دماسنج درجه اول چقدر باشد تا بتواند دما را با خطای حداکثر 5 درجه سانتی گراد اندازه گیری کند؟

$$r(t) = tu(t) \rightarrow e_{ss} = \tau$$

$$r(t) = Atu(t) \rightarrow e_{ss} = A \tau$$

$$\tau = \frac{e_{ss}}{A} = \frac{5}{0.1} = 50 \text{ s}$$

مثال: در مثال قبل مقدار خطا را در زمان یک میلی ثانیه محاسبه نمایید.

$$e_m(t) = A\tau(1 - e^{-t/\tau})$$

$$e_m(t) = 0.1 \times 50 (1 - e^{-1 \times 10^{-3}/50})$$

مثال : ثابت زمانی یک دماسنج ، $3/5$ ثانیه است . اگر دماسنج را به سرعت ، از دمای صفر درجه به ظرف آبی به دمای 100 درجه ببریم پس از $1/5$ ثانیه چه دمایی را نشان خواهد داد ؟
از صورت مسئله مشخص است که دماسنج در معرض یک ورودی پله به ارتفاع 100 درجه قرار گرفته است بنابراین :

$$\theta = \theta_0(1 - e^{-t/\tau}) = 100(1 - e^{-1.5/3.5}) = 34.85$$

مثال : یک وسیله حساس به دما را می توان به صورت یک سیستم درجه یک با ثابت زمانی 6 ثانیه مدل کرد . این وسیله ناگهان در معرض ورودی پله ای از 25 به 150 درجه قرار می گیرد ، 10 ثانیه پس از شروع فرایند ، چه دمایی را نشان می دهد ؟

$$\theta = \theta_0 + (\theta_i + \theta_0) e^{-t/\tau} = 150 + (25 - 150) e^{-10/6} = 126.4$$

دستگاه اندازه گیری درجه ۲

اگر بالاترین درجه ی مشتق در معادله دیفرانسیل توصیف کننده رفتار یک دستگاه اندازه گیری از درجه ۲ باشد آن را دستگاه اندازه گیری درجه ۲ نامیده و به شکل کلی زیر نمایش داده می شود.

$$a_2 \frac{d^2 C(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dC(t)}{dt} + a_0 C(t) = b_0 r(t)$$

اکثر دستگاه های اندازه گیری مانند ولت‌متر، آمپر‌متر و غیره دستگاه اندازه گیری درجه ۲ می باشند. این دستگاه ها شامل جرم، اصطکاک چسبندگی و ضریب ثابت فنر می باشند که می توان با اعمال این ضرایب معادله را به شکل کلی زیر بیان نمود.

$$M \frac{d^2 C(t)}{dt^2} + D \frac{dC(t)}{dt} + KC(t) = r(t)$$

در رابطه ی فوق M جرم دستگاه می باشد. D اصطکاک چسبندگی بوده و K ضریب ثابت فنر می باشد. برای به دست آوردن تابع تبدیل سیستم فوق از طرفین رابطه تبدیل لاپلاس گرفته و نسبت تبدیل لاپلاس و متغیر خروجی به متغیر ورودی را به دست آوریم.

$$MS^2 C(S) + DSC(S) + KC(S) = R(S)$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{M}}{S^2 + \frac{D}{M}S + \frac{K}{M}}$$

شکل نرمال تابع تبدیل سیستم درجه ۲ :

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

با توجه به دو رابطه بالا داریم :

$$\omega_n^2 = \frac{K}{M} \quad , \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad , \quad 2\zeta\omega_n = \frac{D}{M} \quad , \quad \zeta = \frac{D}{2\sqrt{KM}}$$

ریشه های مخرج تابع تبدیل عبارتند از :

$$S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2 = 0 \rightarrow S_1, S_2 = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

بر حسب آن که ζ چه مقداری داشته باشد سه حالت مختلف به صورت زیر بوجود می آید :

حالت اول : اگر ζ بزرگتر از یک باشد ، معادله مخرج تابع تبدیل دارای دو ریشه حقیقی می باشد . در این صورت به آن سیستم فرامیرا گفته می شود .

حالت دوم : اگر ζ مساوی یک باشد ، معادله مخرج تابع تبدیل دارای دو ریشه ی مضاعف بوده در این صورت به آن سیستم میرائی بحرانی گفته می شود .

حالت سوم : چنانچه ζ کوچکتر از یک باشد ، معادله مخرج تابع تبدیل دارای دو ریشه موهومی یا مختلط بوده که در این حالت سیستم را فرومیرا می گویند .

با توجه به اینکه اکثر دستگاههای اندازه گیری الکتریکی از نوع درجه ۲ فرومیرا می باشند ، بنابراین پاسخ آنها به ورودی پله واحد و شیب واحد به شرح زیر می باشد .

پاسخ پله واحد دستگاه اندازه گیری درجه ۲ فرومیرا

$$C(S) = R(S) - G(S)$$

$$S_1, S_2 = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

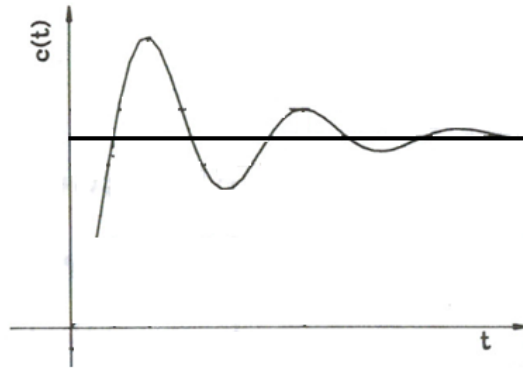
$$\omega_t = -\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \rightarrow S_1, S_2 = -\zeta\omega_n \pm i\omega_t$$

اگر عبارت خروجی در حوزه لاپلاس را با استفاده از کسرهای جزئی و توابع مثلثاتی تفکیک

نماییم و سپس عکس تبدیل لاپلاس بگیریم ، مقدار خروجی در حوزه زمان به صورت زیر به

دست می آید :

$$C(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left[\omega_n t\sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right]$$



برای هر سه حالت فرومیرا ، میرایی بحرانی و فرومیرا پاسخ ها به ازای پله واحد بیان می گردد . چنانچه ورودی پله واحد نباشد و به شکل $r(t)=Au(t)$ باشد ، ضریب A در کلیه روابط فوق اضافه می شود .

دستگاههای اندازه گیری درجه ۲ از نظر مداری RLC می باشد .

با توجه به رابطه خروجی که به صورت حاصل ضرب یک عبارت سینوسی در یک عبارت نمایی می باشد ، با گذشت زمان مقدار آن کم می شود و با توجه به نمودار ، رفتار نمایش دهنده خروجی رسم شده است . در این دستگاه نمایش دهنده خروجی مقدار کمیت ورودی را از مقدار اولیه صفر به صورت نمایی دنبال نموده و حول مقدار ورودی نوسانات سینوسی با ضریب کاهنده را انجام می دهد و پس از گذشت زمانی نمایش دهنده خروجی همان مقدار ورودی را نشان می دهد.

مقدار خطای سیستم فوق برابر است با :

$$e_m(t) = r(t) - c(t) = 1 - \left[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left[\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right] \right] = \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left[\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right]$$

مقدار خطای حالت ماندگار :

$$e_{SS} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_m(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left[\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right] = 0$$

پاسخ شیب واحد دستگاه های اندازه گیری درجه ۲

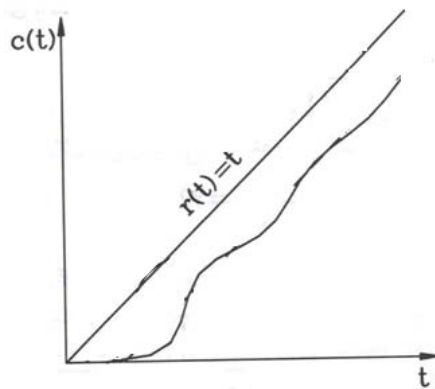
$$r(t) = tu(t) \rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$S_1, S_2 = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$C(s) = R(s).G(s)$$

با تفکیک مقدار خروجی در حوزه لاپلاس با استفاده از کسرهای جزئی ، روابط مثلثاتی و گرفتن عکس تبدیل لاپلاس مقدار خروجی حوزه زمان بدست می آید.

$$C(t) = t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \sin[\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \cos^{-1} \zeta]$$



رابطه خروجی دستگاه اندازه گیری فوق در حوزه زمان و منحنی نمایش دهنده خروجی دستگاه که حرکت نمایش دهنده از مقدار اولیه با نوسانات سینوسی که ضریب نمایی کاهنده دارد، مقدار ورودی را دنبال می کند و پس از گذشت زمان زیاد نمایش دهنده خروجی با اختلاف $\frac{2\zeta}{\omega_n}$ ورودی را دنبال می کند.

مقدار خطا :

$$e_m(t) = r(t) - c(t) = t - \left[t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \sin[\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \cos^{-1} \zeta] \right]$$

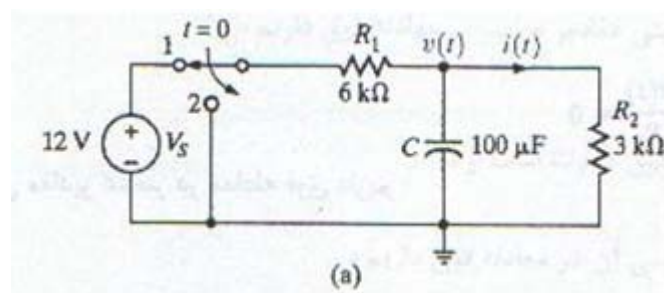
$$\cos^{-1} \zeta] = \frac{2\zeta}{\omega_n} - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \sin[\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \cos^{-1} \zeta]$$

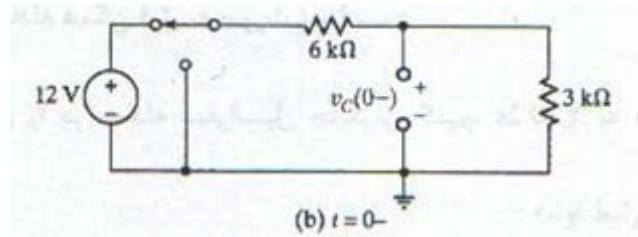
مقدار خطای حالت ماندگار :

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_m(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{2\zeta}{\omega_n} - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \sin[\omega_n t \sqrt{1-\zeta^2} + \cos^{-1} \zeta] \right] = \frac{2\zeta}{\omega_n}$$

بنابراین خطا در ابتدا به صورت نوسانات سینوسی با ضریب کاهنده نمایی بوده که بعد از گذشت زمان زیاد مقدار ثابت $\frac{2\zeta}{\omega_n}$ را به خود می گیرد . مفهوم مطلب فوق آن است که مثلا اگر یک ولت متر یک دستگاه اندازه گیری درجه ۲ فرومیرا باشد و آن را به یک منبع تغذیه اتصال داده و ولتاژ را به صورت خطی زیاد کنیم ، عقربه در ابتدا مقدار ولتاژ را با نوساناتی نشان داده و بعد از گذشت زمانی زیاد ولتاژی که ولت متر نشان می دهد به اندازه $\frac{2\zeta}{\omega_n}$ کمتر است .

مثال : مدار شکل زیر یک مدار RC می باشد . با فرض اینکه کلید مدت زمان زیادی در وضعیت ۱ قرار داشته است . در زمان $t = 0$ کلید در وضعیت ۲ قرار میگیرد . می خواهیم جریان $i(t)$ را برای $t > 0$ بدست آوریم .





در $t = 0$ خازن کاملاً شارژ می‌باشد و هیچ جریانی را عبور نمی‌دهد و مانند یک مدار باز عمل می‌کند. ولتاژ اولیه دو سر خازن را می‌توان توسط مقسم ولتاژ بدست آورد. با توجه به شکل b داریم :

$$V_C(0) = 12 \left(\frac{3}{6 + 3} \right) = 4 \text{ v}$$

برای $t > 0$ خازن در مدار قرار می‌گیرد. معادله KCL برای ولتاژ دو سر خازن عبارتست از :

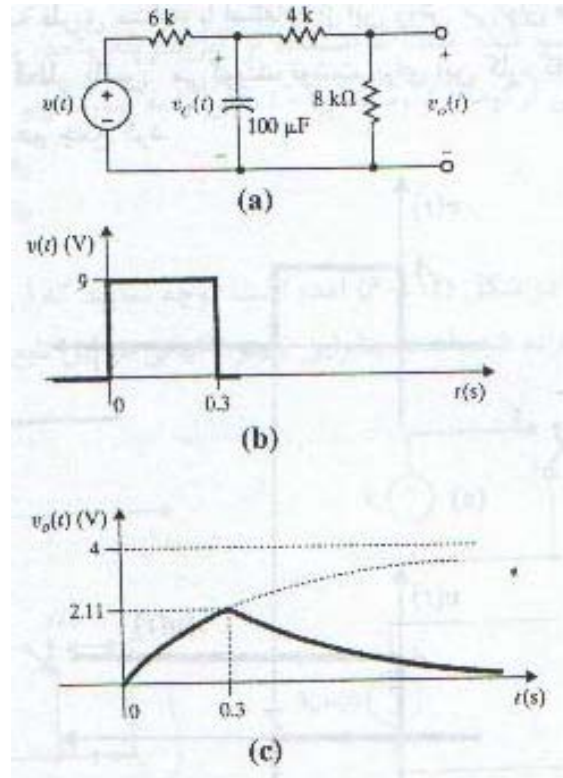
$$\frac{V(t)}{R_1} + C \frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{R_2} = 0$$

$$\frac{dV(t)}{dt} + 5V(t) = 0 \rightarrow V(t) = K_2 e^{-t/\tau} \rightarrow V(t) = K_2 e^{-t/0.2} \text{ v}$$

با استفاده از شرایط اولیه $V_C(0) = 4 \text{ v}$ ، پاسخ کامل مدار عبارت است از :

$$V(t) = 4e^{-t/0.2} \text{ v} \quad , \quad i(t) = \frac{V(t)}{R_2} \rightarrow i(t) = \frac{4}{3} e^{-t/0.2} \text{ mA}$$

مثال : مدار شکل زیر را در نظر بگیرید. تابع ورودی، پالس ولتاژ آمده در شکل b نشان داده شده است. از آنجایی که منبع برای تمامی زمانهای منفی، دارای مقدار صفر است، شرایط اولیه برای شبکه برابر صفر می‌باشد یعنی $V_C(0) = 0$. پاسخ $V_0(t)$ برای $0 < t < 0.3$ ثانیه به خاطر اعمال منبع ثابت در $t=0$ بوده و بنابراین برای $t > 0.3$ ثانیه بدون منبع بوده و پاسخ طبیعی شبکه می‌باشد. حال می‌خواهیم ولتاژ $V_0(t)$ را بدست آوریم.



از آنجایی که ولتاژ خروجی $V_0(t)$ برابر است با مقسم ولتاژ خازن و ولتاژ اولیه دو سر خازن برابر است با صفر، می دانیم $V_0(t) = 0$.

اگر هیچ گونه تغییراتی در منبع بعد از $t = 0$ بوجود نیاید، مقدار ماندگار $V_0(t)$ (یعنی $V_0(\infty)$) ناشی از اعمال پله واحد در $t = 0$ عبارت خواهد بود از:

$$V_0(\infty) = \frac{9}{6+4+8} \times 8 = 4\text{ V}$$

$$R_{th} = \frac{6 \times 12}{6+12} = 4\text{ k}\Omega$$

$$\tau = R_{th} \cdot C = 4 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6} = 0.4\text{ s}$$

از این رو پاسخ $V_0(t)$ برای مدت $0 < t < 0.3$ عبارتست از:

$$V_0(t) = 4 - 4e^{-t/0.4}\text{ V}$$

ولتاژ خازن را می توان با استفاده از مقسم ولتاژ بدست آورد:

$$V_0(t) = \frac{3}{2} V_C(t) \quad , \quad V_C(t) = \frac{2}{3} (4 - 4e^{-t/0.4})\text{ V}$$

از آنجایی که ولتاژ خازن پیوسته است :

$$V_C(0.3^-) = V_C(0.3^+)$$

$$V_0(0.3^+) = \frac{3}{2} V_C(0.3^-) = 4(1 - e^{-0.3/0.4}) = 2.11 \text{ v}$$

و چون برای $t > 0.3$ ثانیه منبع برابر صفر است ، مقدار نهایی $V_0(t)$ در $t \rightarrow \infty$ صفر می شود . بنابراین عبارت $V_0(t)$ برای $t > 0.3$ برابر است با :

$$V_0(t) = 2.11e^{-(t-0.3)/0.4} \text{ v}$$

$$V_0(t) = 4(1 - e^{-t/0.4})u(t) - 2.11(e^{-(t-0.3)/0.4})u(t - 0.3)$$

$$V_0(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 4(1 - e^{-t/0.4}) & 0 < t < 0.3 \\ 2.11(e^{-(t-0.3)/0.4}) & 0.3 < t \end{cases}$$

فصل چهارم :

اصول کار دستگاه های اندازه گیری آنالوگ

دستگاه های اندازه گیری آنالوگ

دستگاه های اندازه گیری آنالوگ به دستگاه هایی گفته می شود که دارای نمایش دهنده خروجی پیوسته متناسب با ورودی می باشند. در دستگاه های اندازه گیری آنالوگ الکتریکی معمولاً محوری وجود دارد که به آن عقربه ای متصل شده و پشت عقربه، صفحه درجه بندی شده ای وجود دارد که با حرکت عقربه مقدار کمیت مشخص می شود. برای آن که حرکت محور معنادار باشد، سه گشتاور (نیرو) لازم است به محور دستگاه اعمال گردد.

۱ - گشتاور محرک : T_d ۲ - گشتاور مقاوم : T_C

۳ - گشتاور ترمزی (مستهلك کننده) : T_D

نحوه عملکرد این نیروها به صورت زیر می باشد:

۱ - گشتاور محرک: عامل بوجود آورنده حرکت محور می باشد یعنی نیرویی که باید به محور دستگاه وارد شود تا آن را به حرکت درآورد. این نیرو معمولاً توسط کمیت مجهول ورودی دریافت شده و به شکل الکترومغناطیسی یا الکترواستاتیکی، گشتاور لازم برای حرکت محور را ایجاد می کند. گشتاور محرک تابع صعودی از کمیت مجهول ورودی می باشد.

$T_d = f(x)$ x : کمیت مجهول ورودی

۲ - گشتاور مقاوم: اگر در مقابل نیروی محرک عامل مخالف کننده وجود نداشته باشد به ازای هر مقدار غیر از صفر گشتاور محرک عقربه دستگاه تا انتهای صفحه مدرج حرکت می کند. بنابراین برای آن که حرکت محور متناسب با کمیت مجهول ورودی باشد باید نیروی مخالفی با حرکت آن وجود داشته باشد. برای ایجاد گشتاور مقاوم در دستگاه های اندازه گیری آنالوگ الکتریکی معمولاً از فنر مارپیچ استفاده می شود. یک طرف آن به نقطه ای به نام تکیه گاه اتصال دارد و طرف دیگر آن به محور دستگاه متصل است، بنابراین با چرخش محور فنر کشیده می شود و نیروی مقاومی در جهت خلاف نیروی محرک به وجود می آید. جایی که عقربه روی صفحه نمایش متوقف می شود، نیروی محرک با نیروی مقاوم برابر می شود. هنگامی که نیروی محرک صفر باشد عقربه در انتهای سمت چپ محور قرار گرفته که حالت آزاد فنر می باشد. در این حالت پیچ تنظیم تکیه گاه را طوری باید تنظیم نماییم که عقربه روی صفر

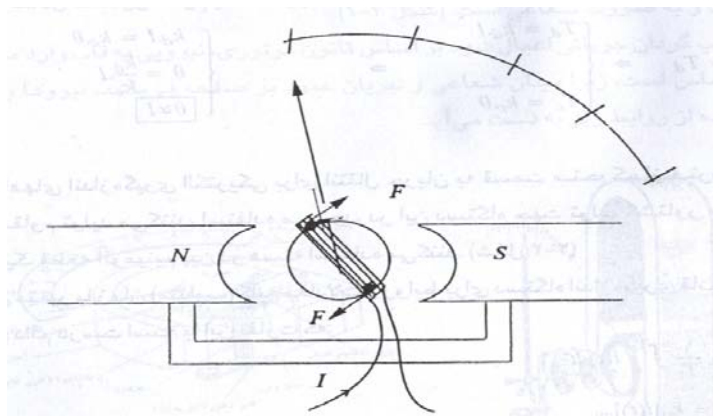
قرار گیرد. گشتاور مقاوم تابع صعودی می باشد. حالت تعال عقربه جاییست که گشتاور مقاوم و محرک برابر باشد .

۳ - گشتاور ترمزی (مستهلك کننده) : برای داشتن پاسخ دینامیکی مناسب و کاهش ضربه حرکت محور، همچنین جلوگیری از نوسانات سینوسی و کاهش دامنه آن ها از گشتاور ترمزی استفاده می شود. نیروی ترمزی یک تابع صعودی می باشد از سرعت حرکت محور یعنی هر چقدر سرعت حرکت محور بیشتر باشد، این نیرو در جهت خلاف آن افزایش می یابد . بنابراین در حالت تعادل عقربه روی صفحه ی نمایش، مقدار این نیرو برابر صفر می باشد . در دستگاه های اندازه گیری آنالوگ این نیرو معمولا به دو شکل ایجاد می شود.

الف (استفاده از محفظه سیال : در این حالت معمولا یک مکعب مستطیل تو خالی به محور دستگاه متصل می شود. با حرکت محور این مکعب مستطیل به حرکت در آمده و اصطکاکی که با هوا ایجاد می کند، گشتاور ترمزی را به وجود می آورد. این حالت معمولا در مولتی مترها ، وات مترها و غیره استفاده می شود .

ب (ایجاد گشتاور ترمزی با استفاده از میدان مغناطیسی : در این حالت صفحه فلزی که به محور دستگاه اتصال دارد از داخل شکاف یک آهنربای ثابت عبور داده می شود. میدان مغناطیسی ایجاد شده با حرکت صفحه مخالفت می کند و بدین صورت نیروی ترمزی ایجاد می شود . هر چقدر سطح صفحه داخل شکاف بیشتر باشد و یا دهنه شکاف بسته تر باشد ، نیروی ترمزی زیادتر می شود . این روش معمولا در دستگاه اندازه گیری کنتور اعمال می گردد.

دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم



دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم از یک قاب گردان (محوری که سیم پیچ روی آن قرار گرفته و قابل حرکت می باشد) همراه با یک مدار مغناطیسی تشکیل شده است. اگر جریان i مطابق شکل فوق از سیم پیچ عبور کند، نیروی F به محور دستگاه وارد می شود. مقدار این نیرو برابر است با:

$$F = N.B.L.i$$

مقدار گشتاور محرک در دستگاه فوق برابر است با :

$$T_d = 2RF \rightarrow T_d = 2RNBLi$$

در رابطه ی فوق F نیروی اعمالی به محور ، T_d مقدار گشتاور محرک ، R شعاع محور ، B چگالی میدان ، N تعداد دور سیم پیچ ، L طول سیم پیچ و i جریان عبوری از سیم پیچ می باشد.

مثال : یک دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم با مشخصات زیر مفروض است :
 قطر محور دستگاه ۵ سانتیمتر ، طول سیم پیچ ۱ متر ، تعداد دور سیم پیچ ۱۰۰ دور و چگالی میدان برابر ۱۰ می باشد . اگر جریان ورودی ۵۰ میلی آمپر باشد مطلوبست محاسبه نیروی اعمالی به محور دستگاه و مقدار گشتاور .

$$F = N.B.L.i = 100 \times 10 \times 1 \times 50 \times 10^{-3} = 50$$

$$T_d = 2RF = 2 \times 2.5 \times 10^{-2} \times 50 = 2.5$$

در رابطه ی گشتاور محرک برای یک دستگاه مشخص مقادیر $2RNBL$ ثابت می باشد. این مقادیر ثابت را با K_d نشان داده و به آن ثابت گشتاور محرک می گویند.

$$T_d = K_d . i$$

در این دستگاه از فنر مارپیچ برای ایجاد گشتاور مقاوم استفاده می شود. مقدار این نیروی مقاوم ایجاد شده حاصل ضرب ، ضریب گشتاور مقاوم یعنی K_C که بستگی به میزان سختی فنر دارد ضرب در زاویه ی حرکت عقربه می باشد بنابراین T_d (گشتاور مقاوم) :

$$T_C = K_C . \theta$$

جایی که عقربه روی صفحه نمایش ثابت می ایستد، مقدار گشتاور محرک و گشتاور مقاوم برابر می باشند یعنی:

$$T_d = T_C \rightarrow K_d . i = K_C . \theta \rightarrow \theta = \frac{K_d}{K_C} . i$$

با توجه به آن که در یک دستگاه مشخص مقادیر K_d و K_C اعداد ثابت مشخص می باشند، بنابراین نسبت آن ها نیز یک مقدار ثابت می شود که آن را با K نمایش می دهیم ، لذا :

$$\theta = k . i \rightarrow \theta \propto i$$

رابطه فوق نشان می دهد که برای جریان های ورودی DC میزان زاویه حرکت عقربه متناسب با مقدار جریان ورودی یه سیم پیچ می باشد . اما اگر شکل موج جریان ورودی سیم پیچ یک شکل موج AC متقارن باشد، در این صورت داریم :

$$[T_d]_{av} = K_d . [i(t)]_{av}$$

حرکت فنر مارپیچ برای ورودی های DC و AC تفاوتی ندارد. بنابراین :

$$T_C = K_C . \theta$$

در حالت تعال عقربه، مقدار گشتاور محرک و مقاوم با هم برابر بوده، یعنی :

$$T_C = [T_d]_{av} \rightarrow K_C \cdot \theta = K_d \cdot [i(t)]_{av} \rightarrow \theta = \frac{K_d}{K_C} [i(t)]_{av} =$$

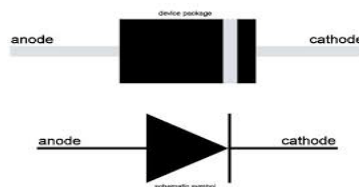
$$K [i(t)]_{av} \rightarrow \theta \propto [i(t)]_{av}$$

رابطه فوق نشان می دهد که برای ورودی های AC زاویه ی حرکت عقربه متناسب با مقدار متوسط جریان ورودی سیم پیچ است اما چون مقدار متوسط هر شکل موج AC متقارن برابر صفر است، لذا عقربه هیچ حرکتی ندارد.

برای حل مشکل فوق از مدارهای یکسوساز استفاده می کنیم، بدین منظور شکل موج ورودی را به یک مدار یکسوساز اعمال نموده و خروجی مدار یکسوساز را به سیم پیچ دستگاه اتصال می دهیم.

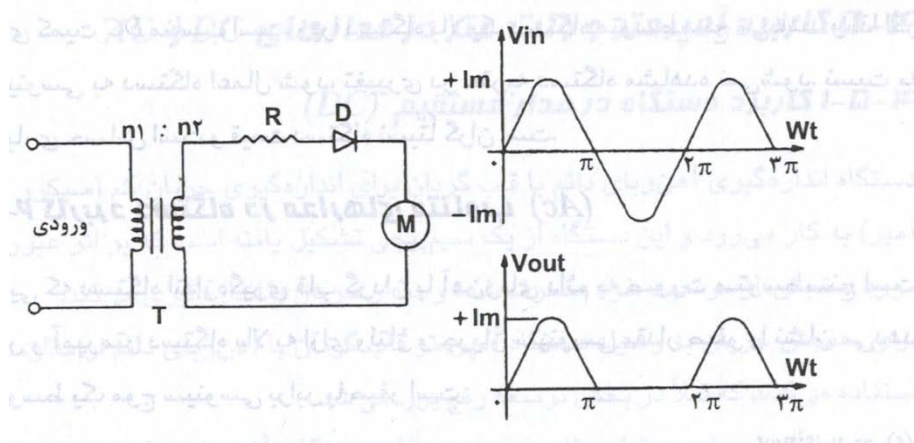
یکسوکننده ها

مدارات یکسوساز به مداراتی گفته می شود که شکل موج های AC را به شکل موج های یک جهت تبدیل می کند. در مدارات یکسوساز از المان دیود استفاده می شود.



المان دیود از نیمه های P و N تشکیل شده است که طرف P را مثبت یا آند می نامند و طرف N را منفی یا کاتد می گویند . نحوه کار این کلید به این صورت است که اگر ولتاژ آند از کاتد کمتر باشد ، المان دیود قطع می شود . در هنگام هدایت اگر جنس نیمه هادی ها سیلیسیم باشد ، افت ولتاژی حدود 0.7 ولت و اگر جنس نیمه هادی ژرمانیم باشد حدود 0.2 ولت دو سر آن قرار می گیرد . در حالت ایده آل این افت ولتاژ را صفر در نظر می گیریم .

یکسو کننده نیم موج



نحوه کار مدار یکسوکننده شکل فوق بدین صورت است که در نیم سیکل مثبت یعنی زاویه 0 تا π ولتاژ آند نسبت به کاتد مثبت بوده ، لذا دیود وصل می باشد و این نیم سیکل در خروجی ظاهر می شود . در زاویه π تا 2π ولتاژ آند نسبت به کاتد منفی بوده بنابراین دیود قطع می باشد و خروجی برابر صفر است .

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

$$I_{av} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} I_m \sin \omega t \cdot dt = \frac{I_m}{\pi}$$

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{I_{rms}}{I_{av}} = \frac{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}{\frac{I_m}{\pi}} \times 2.22$$

$$I_{rms} = 2.22 \times I_{av}$$

بنابراین با ضریب 2.22 در درجه صفحه نمایش مقدار نمایش داده شده همان مقدار موثر شکل موج می باشد . این ضریب توسط سازنده در درجه بندی اعمال می شود. دستگاه های اندازه گیری AC مانند ولت متر و آمپر متر، موثرسنج می باشند یعنی مقدار موثر شکل موج را نشان می دهند .

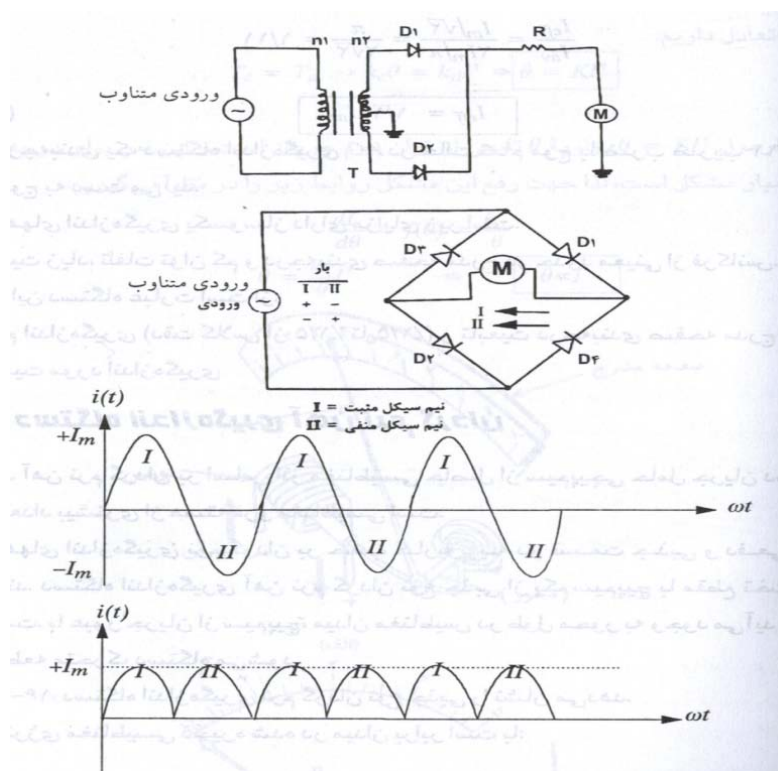
$$I_{rms} = \frac{I_{P-P}}{2\sqrt{2}}$$

مثال : یک شکل موج سینوسی برق شهر تک فاز با دامنه ۱۰ ولت پیک تا پیک به یک یکسوکننده نیم موج اعمال نموده و خروجی آنرا به دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم می دهیم . مقدار اندازه گیری شده توسط دستگاه را بدست آورید .

$$V_{av} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_m \sin \omega t . dt = \frac{V_m}{\pi} = \frac{5}{\pi} = 1.6$$

$$V_{rms} = 2.22 \times V_{av} = 2.22 \times 1.6 = 3.55 \text{ V}$$

یکسوکننده پل تمام موج



نحوه کار مدار فوق بدین صورت است که در نیم سیکل مثبت دیودهای D_1 و D_2 در حالت هدایت قرار دارند و جریان نیز از سر مثبت وارد بار می شود . بنابراین این نیم سیکل در خروجی ظاهر می شود . در نیم سیکل منفی یعنی زاویه π تا 2π دیودهای D_3 و D_4 در حالت هدایت قرار داشته و جریان نیز از سر منفی وارد بار می شود . بنابراین این نیم سیکل به صورت مثبت در خروجی ظاهر می شود :

$$I_{av} = \frac{1}{2\pi} \times 2 \int_0^\pi I_m \sin \omega t \cdot dt = \frac{2I_m}{\pi}$$

$$\frac{I_{rms}}{I_{av}} = \frac{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}{\frac{2I_m}{\pi}} = 1.11$$

بنابراین با اعمال ضرایب 1.11 در درجه بندی صفحه نمایش که توسط سازنده صورت می گیرد مقدار موثر شکل موج نشان داده می شود .

مثال : یک شکل موج مربعی با دامنه ۲۰ ولت پیک تا پیک به یک یکسوکننده تمام موج اعمال نموده و خروجی آنرا به دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم می دهیم . مقدار اندازه گیری شده توسط دستگاه را بدست آورید و نتیجه را بیان کنید .

$$V_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T 10 \cdot dt = \frac{1}{T} (10T) = 10$$

$$V_{rms} = 1.11 \times 10 = 11.1 \text{ V}$$

خطاهای دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم

در دستگاه فوق سه خطا به صورت زیر وجود دارد:

۱- در اثر عبور جریان های زیاد از سیم پیچ دستگاه باعث گرم شدن هستند و در نتیجه ایجاد خطا می گردد . برای کاهش خطای فوق سیم پیچ دستگاه را نازک انتخاب می کنند تا حداکثر جریان های چند میلی آمپر بتواند از آن عبور کند و اضافه ی جریان ورودی را از یک مقاومت که به طور موازی با سیم پیچ بسته شده است و مقاومت شنت نامیده می شود ، عبور کند .

۲- در اثر عبور جریان های زیاد از سیم پیچ و ضربه های جریان به محور دستگاه باعث کاهش ثابت گشتاور مقاوم می شوند ، که با استفاده از پیچ تنظیم تکیه گاه فتر می توان دستگاه را کالیبره نمود .

۳- خطای ناشی از اصطکاک محور با تکیه گاه می باشد که برای کاهش آن سطح تماس محور با تکیه گاه را تا حد امکان کم در نظر می گیریم .

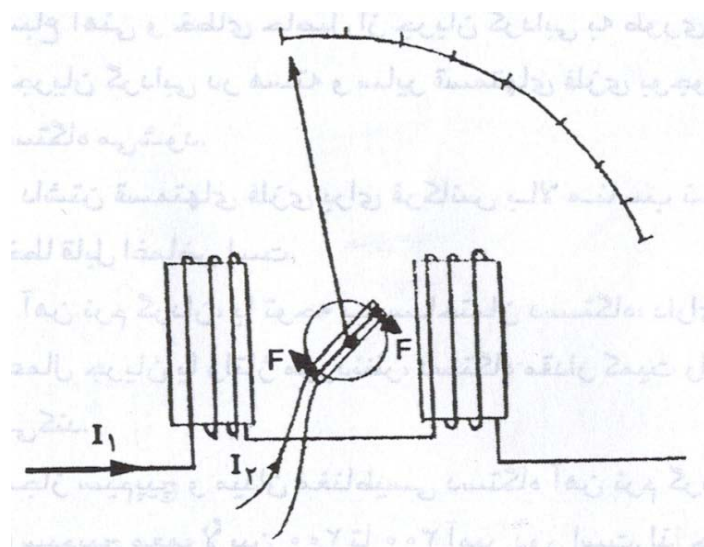
مزایای دستگاه فوق :

- ۱ - دقت زیاد
- ۲ - حساسیت زیاد
- ۳ - خطای کم نسبت به تغییر درجه حرارت
- ۴ - مصرف توان کم و ...

محدودیت دستگاه :

حساسیت نسبت به اضافه بار و عدم اندازه گیری شکل موج های AC به صورت تقسیم در مجموع از دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم برای ساخت ولتمتر ، آمپر متر ، اهم متر ، فرکانس متر و ... استفاده می شود .

دستگاه اندازه گیری الکترو دینامیکی



دستگاه اندازه گیری الکترو دینامیکی از یک سیم پیچ ثابت و یک سیم پیچ متحرک مطابق شکل فوق تشکیل شده است . در اثر عبور جریان های I_1 و I_2 از سیم پیچ های ثابت و متحرک میدان مغناطیسی ایجاد می شود که اثر متقابل بین دو سیم پیچ گشتاور متحرک برای حرکت محور را بوجود می آورد . مقدار این گشتاور محرک برابر است با :

$$T_d = K_d \cdot i_1 \cdot i_2$$

K_d در این دستگاه با مقدار K_d در دستگاه قاب گردان با آهنربای دائم متفاوت می باشد . در این دستگاه نیز از فنر مارپیچ برای ایجاد گشتاور مقاوم استفاده می شود . مقدار گشتاور مقاوم آن برابر است با :

$$T_c = K_c \cdot \theta$$

در حالت تعادل عقربه مقدار گشتاور محرک با مقاوم برابر می باشند بنابراین:

$$T_c = T_d \rightarrow K_c \cdot \theta = K_d \cdot i_1 \cdot i_2$$

$$\theta = \frac{K_d}{K_c} i_1 \cdot i_2 \rightarrow \theta = k \cdot i_1 \cdot i_2$$

$$\theta \propto i_1 \cdot i_2$$

رابطه تعادل فوق نشان می دهد که برای ورودی های DC زاویه حرکت عقربه متناسب با

حاصل ضرب جریان های دو سیم پیچ می باشد . اما چنانچه به سیم پیچ ها به صورت زیر

جریان هایی با دامنه و زاویه مختلف اعمال کنیم:

$$i_1(t) = I_{1\max} \sin \omega t$$

$$i_2(t) = I_{2\max} \sin (\omega t - \theta)$$

در این حالت با نوشتن روابط تعادل خواهیم داشت :

$$\theta \propto I_{1\max} \cdot I_{2\max} \cdot \cos \theta$$

رابطه تعادل فوق نشان می دهند که برای ورودی های AC زاویه حرکت عقربه متناسب با

حاصل ضرب جریان های دو سیم پیچ در $\cos$ زاویه ی بین آن ها می باشد. اگر توسط یک

مقاومت یکی از جریان ها را به ولتاژ تبدیل کنیم آنگاه زاویه حرکت متناسب با حاصل ضرب

جریان در ولتاژ در $\cos$ زاویه ی بین آن ها می باشد . که این مقدار همان توان حقیقی است.

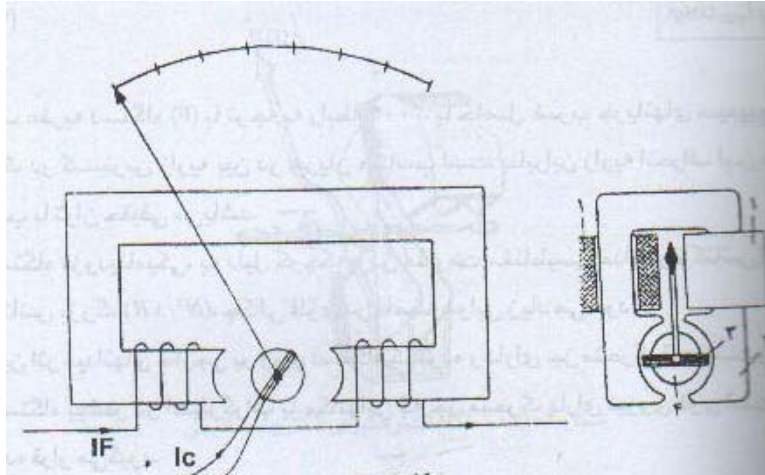
بنابراین از دستگاه فوق در عمل برای ساخت وات مترها استفاده می شود ویژگی خوب دستگاه

فوق آن است که با فرکانس های چند کیلو هرتز می تواند عمل اندازه گیری را به خوبی انجام

دهد .

دستگاه اندازه گیری فرودینامیکی

دستگاه اندازه گیری فرودینامیکی از لحاظ اصول کار ، مانند دستگاههای اندازه گیری الکترودینامیکی می باشد . ولی از لحاظ ساختمان فیزیکی نسبت به دستگاه اندازه گیری الکترودینامیکی متفاوت است . ساختمان این دستگاه در شکل زیر نشان داده شده است :



این دستگاه از یک هسته مغناطیسی مورق و عایق شده تشکیل شده است ، که سیم پیچ ها در دو طرف فاصله هوایی و سیم پیچ متحرک روی استوانه پیچیده شده است . استوانه متحرک بوسیله یک محور به دو نقطه که دارای اصطکاک کم می باشد ، متکی است . گشتاور محرک از اثر متقابل میدان مغناطیسی فاصله هوایی بر روی جریان سیم پیچ متحرک بوجود می آید که این گشتاور با توجه به ساختمان دستگاه عبارتست از :

$$T_d = 2LRN_c B i_c$$

$$B \propto i_f$$

$$T_d = K_d i_c i_f$$

$$T_c = K_c \theta$$

$$T_c = (T_d)_{av}$$

$$\theta = K(i_f i_c)_{av}$$

در جریان متناوب با توجه به جریانهای i_c و i_f خواهیم داشت :

$$i_f = i_{mf} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$i_c = i_{mc} \sin \omega t$$

$$\theta = K \left(\frac{1}{2} \right) i_{mf} i_{mc} \cos \varphi$$

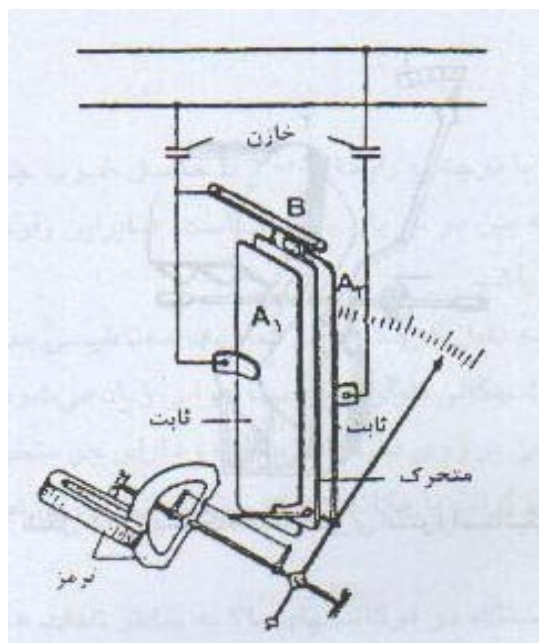
$$\theta \propto i_{mf} i_{mc} \cos \varphi$$

انحراف عقربه دستگاه با توجه به رابطه فوق با حاصل ضرب جریانهای سیم پیچ ثابت و متحرک در کسینوس زاویه بین دو جریان متناسب است . بنابراین زاویه انحراف این دستگاه متناسب با توان حقیقی می باشد .

در دستگاه فرودینامیکی ، اثر میدانهای خارجی برروی دستگاه کم بوده و دارای جز محرک قوی است و کاربرد این دستگاه بیشتر در اسیلوگراف یا مکانهایی که جز متحرک دارای نیروی قوی است ، مورد استفاده قرار میگیرد . همچنین این دستگاه بخاطر تلفات هیستریزیس و فوکو در فرکانسهای بالا کاربردی ندارد .

دستگاه اندازه گیری الکترواستاتیکی

دستگاه اندازه گیری الکترواستاتیکی براساس بار های الکتریکی بین صفحات کار می کند . این دستگاه از یک سری صفحات ثابت و متحرک تشکیل شده است که دارای محور مشترکی می باشد و صفحات متحرک می تواند در داخل صفحات ثابت حرکت داشته باشند . ورودی این دستگاه ولتاژ می باشد که این اختلاف پتانسیل به صفحات ثابت و متحرک اعمال می شود . در این دستگاه از خاصیت خازنی استفاده می شود و گشتاور محرک نیروی الکترواستاتیکی می باشد . تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن ، گشتاور فوق را به صورت زیر ایجاد می کند .



$W = \frac{1}{2} CV^2$: مقدار انرژی ذخیره شده در خازن

$$T_d = \frac{dW}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\theta} V^2, \quad \frac{1}{2} \frac{dC}{d\theta} = K_d$$

$$T_d = K_d \cdot V^2$$

در این دستگاه نیز از فنر مارپیچ برای ایجاد گشتاور مقاوم استفاده می شود، بنابراین:

$$T_c = K_c \cdot \theta$$

$$T_c = T_d \rightarrow K_c \cdot \theta = K_d \cdot V^2$$

$$\theta = \frac{K_d}{K_c} V^2 = kV^2 \rightarrow \theta \propto V^2$$

رابطه تعادل فوق نشان می دهد که زاویه حرکت عقربه متناسب با توان دوم ولتاژ اعمال شده به این صفحات ثابت و متحرک می باشد . اما چون زاویه حرکت با توان دوم ولتاژ متناسب شده است باعث می شود که درجه بندی صفحه نمایش به صورت غیر خطی باشد . برای حل مشکل فوق باید به نحوی در ساختار فیزیکی تشکیل دهنده دستگاه اندازه گیری مسئله فوق اعمال شود که :

$$\frac{1}{2} \frac{dC}{d\theta} = \frac{K_d}{\theta} \rightarrow T_d = \frac{K_d}{\theta} V^2$$

$$K_c \cdot \theta = \frac{K_d}{\theta} V^2 \rightarrow \theta = \sqrt{\frac{K_d}{K_c}} \cdot v \rightarrow \theta = K \cdot V$$

$$\rightarrow \theta \propto V$$

از این دستگاه معمولاً به صورت صنعتی برای ساخت ولت‌متر، آمپر‌متر و غیره استفاده نمی شود و به عنوان یک پایه و اساس ساخت دستگاه های صنعتی می باشد مانند : دستگاه کنترل کیفیت نخ در نساجی که اصول کار آن دستگاه اندازه گیری الکترواستاتیکی می باشد .

اندازه گیری توان

اندازه گیری توان : برای اندازه گیری توان در مصرف کننده های DC الزاماً به دستگاه خاصی نیاز نمی شود ، بلکه با اندازه گیری ولتاژ و جریان مصرف کننده با استفاده از رابطه $P=V \times I$ ،

می توان مقدار توان را به دست آورد . در حالت کلی اگر دو مقدار از سه پارامتر ولتاژ ، جریان و مقاومت مصرف کننده را داشته باشیم مقدار توان قابل محاسبه می باشد اما در مدارات AC مقدار توان علاوه بر مقدار ولتاژ و جریان به زاویه بین آن ها بستگی دارد .

به طور کلی در مدارات AC سه نوع توان وجود دارد :

توان حقیقی - توان اکتیو : (وات (W) - واتمتر)

$$P = V \times I \times \cos \varphi$$

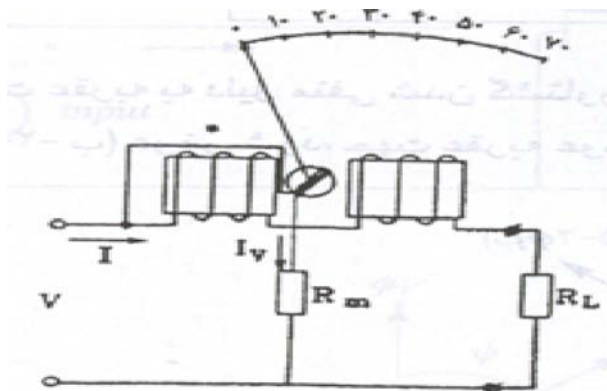
توان غیر حقیقی - توان راکتیو : (وار (VAR) - وارمتر)

$$P = V \times I \times \sin \varphi$$

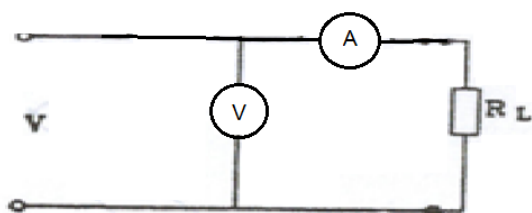
توان ظاهری : (ولت آمپر (V.A))

$$P = V \times I$$

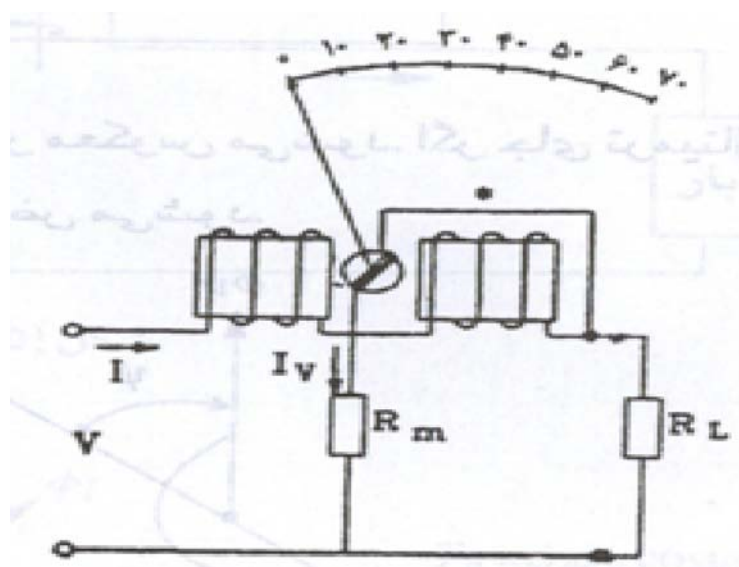
برای اندازه گیری توان حقیقی از دستگاه اندازه گیری الکترو دینامیکی استفاده می شود .
بنابراین منظور مطابق شکل زیر، سیم پیچ ثابت به طور سری با بار قرار گرفته و جریان از آن عبور می کند و سیم پیچ متحرک سری با یک مقاومت به طور موازی با بار قرار گرفته و مقدار ولتاژ را اندازه می گیرد .



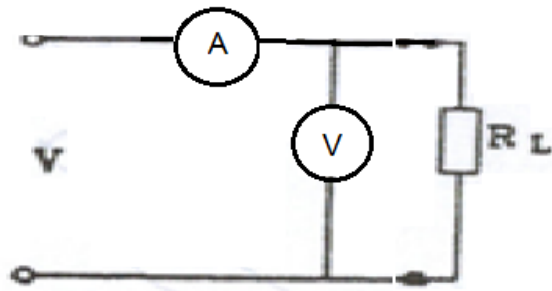
در این مدار ابتدا سیم پیچ ولتاژ قرار دارد و بعد سیم پیچ جریان به کار گرفته شده است .
بنابراین شکل مدار به صورت زیر می باشد :



بنابراین در این مدار آمپر متر جریان واقعی مدار را اندازه می گیرد اما ولت متر مجموع افت ولتاژ دو سر آمپر متر و بار را اندازه می گیرد لذا چنانچه جریان بار کم باشد ، افت ولتاژ روی آمپر متر ناچیز بوده و خطای اندازه گیری کم می باشد . چنانچه جریان بار زیاد باشد برای آن که خطای اندازه گیری کم شود مطابق شکل زیر ابتدا سیم پیچ جریان را قرار داده و بعد سیم پیچ ولتاژ را قرار می دهیم .



در این مدار ولت متر ولتاژ دو سر بار را اندازه می گیرد ولی آمپر متر مجموع جریان های ولت متر و بار را اندازه می گیرد لذا چنانچه جریان بار زیاد باشد از جریان ولت متر می توان صرف نظر نمود یعنی خطای اندازه گیری ناچیز می باشد .



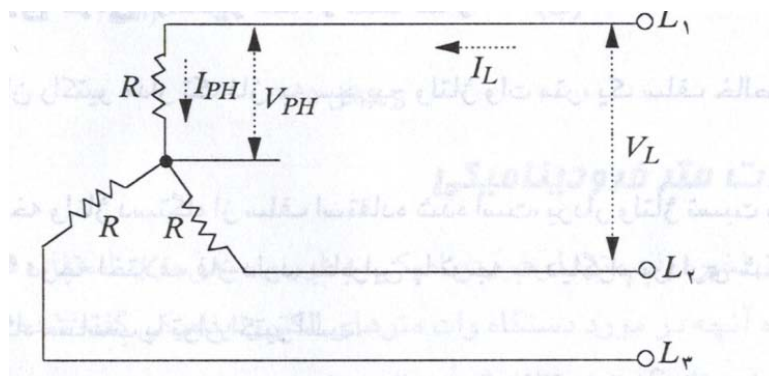
اندازه گیری توان راکتیو:

برای اندازه گیری توان راکتیو از دستگاه اندازه گیری الکترو دینامیکی استفاده می شود که با سیم پیچ ولتاژ یک سلف سری می شود . وجود عنصر سلف باعث ایجاد 90° درجه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان شده و به این صورت $\cos\phi$ به $\sin\phi$ تبدیل می شود در دستگاه وارمتر نیز برحسب آن که جریان بار کم یا زیاد باشد برای حالت اول ، ابتدا سیم پیچ ولتاژ و بعد سیم پیچ جریان قرار می گیرد و برای حالت دوم ، ابتدا سیم پیچ جریان و بعد سیم پیچ ولتاژ قرار می گیرد تا خطای اندازه گیری کم شود .

اندازه گیری توان در مدارات سه فاز

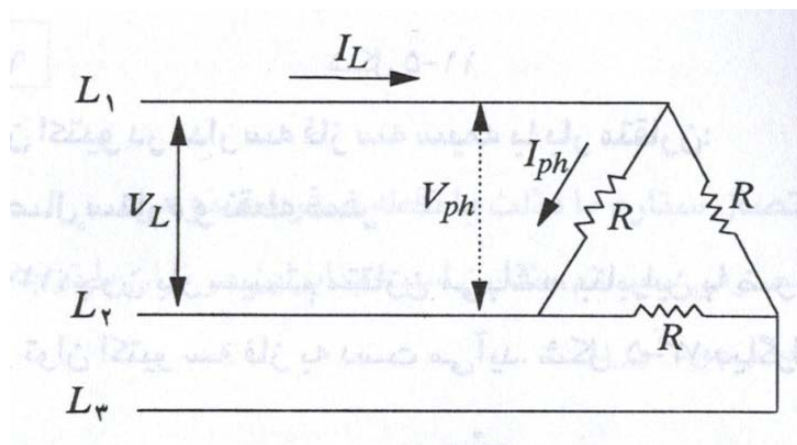
در مدارات سه فاز بار به دو صورت ستاره و مثلث می تواند بسته شود . رابطه ی بین ولتاژ و جریان خط و فاز در دو حالت فوق به صورت زیر می باشد :

۱- ستاره (سیستم سه فاز چهار سیمه)



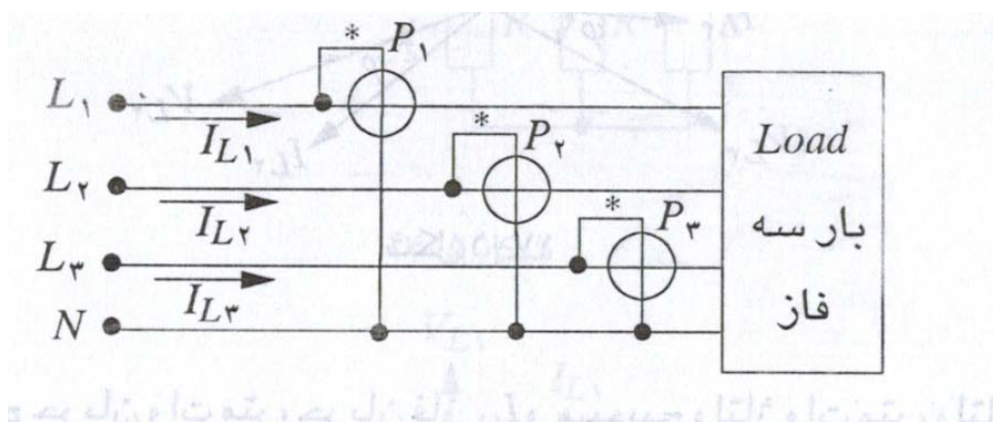
$$\begin{cases} V_L = \sqrt{3} V_{ph} \\ I_L = I_{ph} \end{cases}$$

۲ - مثلث (سیستم سه فاز سه سیمه)



$$\begin{cases} V_L = V_{ph} \\ I_L = \sqrt{3} I_{ph} \end{cases}$$

اندازه گیری توان در مدارات سه فاز چهار سیمه



در صورتی که مصرف کننده سه فاز چهار سیمه دارای بار متقارن باشد (چون ولتاژها با هم برابر هستند لازم است جریان ها نیز با هم برابر باشند) در این صورت مطابق شکل می توان یک واتمتر تک فاز را روی یکی از فازها قرار داده و توان اندازه گیری شده توسط آن فاز را در سه ضرب کنیم ، تا توان سه فاز به دست آید . اما چنانچه مصرف کننده سه فاز نامتقارن باشد ولی توان هر فاز مقدار ثابت را داشته باشد ، می توان با استفاده از یک واتمتر تک فاز توان

هرکدام از فازها را به طور جداگانه اندازه گیری نمود و سپس این سه توان را با هم جمع کنیم ، تا توان مصرف کننده سه فاز به دست آید . حالت سوم زمانی است که بار سه فاز نامتقارن متغیر با زمان باشد که در این حالت لازم است از یک وات متر سه فاز که دارای سه سیم پیچ جریان می باشد استفاده نمود و مقدار توان مصرفی در هر لحظه از زمان را به دست آورد .

اندازه گیری توان در مصرف کننده ی سه فاز سه سیمه (روش آرون)

در این مدار دو رابطه ی زیر همزمان برقرار می باشد :

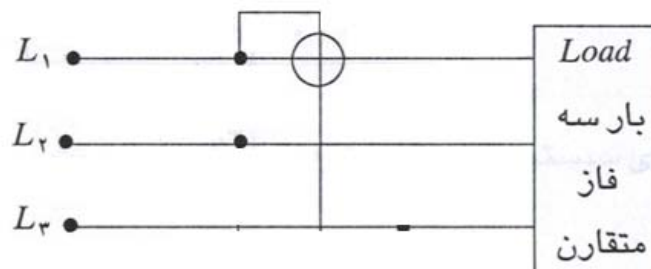
$$\begin{cases} P = V_R I_R + V_S I_S + V_T I_T \\ I_R + I_S + I_T = 0 \end{cases}$$

$$-I_R - I_S = I_T$$

$$P = V_R I_R + V_S I_S - V_T I_R - V_T I_S$$

$$P = I_R (V_R - V_T) + I_S (V_S - V_T)$$

$$P_0 = I_R V_{RT} + I_S V_{ST}$$

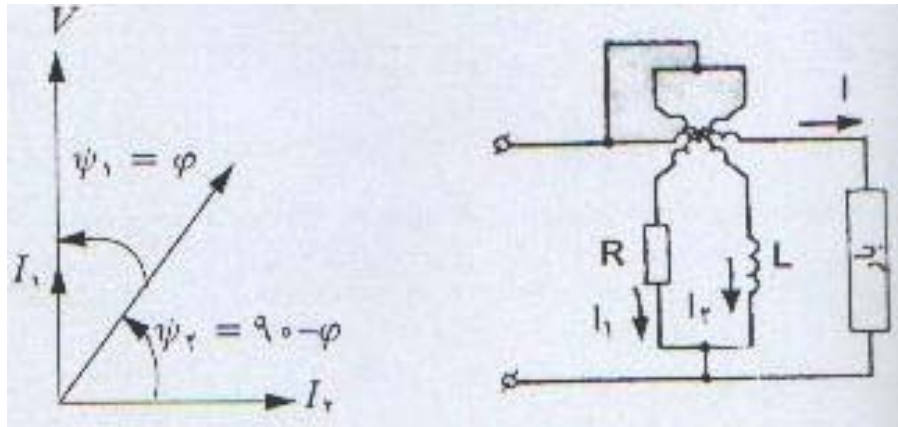


رابطه فوق طریق قرار گرفتن وات متر سه فاز آرون را در مدار مشخص می کند . یکی از سیم پیچ های جریان ، جریان خط R را اندازه گیری نموده و سیم پیچ ولتاژ آن ولتاژ بین R و T را اندازه می گیرد . سیم پیچ جریان دوم ، جریان خط S را اندازه گیری نموده و سیم پیچ ولتاژ آن مقدار ولتاژ بین S و T را اندازه گیری می کند .

اندازه گیری ضریب قدرت ($\cos\phi$ متر)

دستگاه اندازه گیری $\cos\phi$ متر مقدار $\cos$ زاویه بین ولتاژ و جریان مصرف کننده را مشخص می کند. $\cos\phi$ را ضریب قدرت یا ضریب توان مدار نیز می نامند . دستگاه اندازه گیری $\cos\phi$ متر از نوع دستگاه اندازه گیری فرودینامیکی یا الکترو دینامیکی می باشد که دارای یک سیم پیچ ولتاژ و یک سیم پیچ جریان است سیم پیچ جریان به طور سری با مصرف کننده قرار گرفته و سیم پیچ ولتاژ به طور موازی با بار بسته می شود . گشتاور محرک ایجاد شده متناسب با $\cos$ زاویه ی بین ولتاژ و جریان می باشد . در دستگاه های اندازه گیری واتمتر ، وارمتر ، $\cos\phi$ متر و غیره که دارای چهار سر می باشند ، دو سر ورودی آن ها سیم پیچ ولتاژ بوده و دو سر دیگر مربوط به سیم پیچ است . سیم پیچ ولتاژ دارای دور زیاد ، قطر کم و مقاومت زیاد (بیشتر از یک کیلو اهم) بوده و با بار به طور موازی بسته می شود. اما سیم پیچ جریان دارای دور کم ، قطر زیاد و مقاومت کم بوده (حدود یک اهم) و با مصرف کننده به طور سری قرار می گیرد . بین سیم پیچ ولتاژ و جریان مقاومت بی نهایت وجود دارد . بنابراین با در دست داشتن یک اهم سنج می توان سیم پیچ ولتاژ و جریان را مشخص نمود . از نظر این که سیم پیچ ولتاژ اول قرار می گیرد یا سیم پیچ جریان ، بستگی به جریان بار دارد . اگر جریان بار کم باشد برای آن که خطا در اندازه گیری کم شود ، ابتدا سیم پیچ ولتاژ و بعد سیم پیچ جریان قرار می گیرد . برای جریان زیاد عکس این حالت می باشد . همچنین برای دستگاه های اندازه گیری که دارای دو سر می باشند یعنی یک سیم پیچ دارند ، با اندازه گیری مقاومت آن ها می توان طریقه ی بسته شدنشان را مشخص کرد . اگر مقاومتشان کم باشد ، به طور سری قرار گرفته و اگر مقاومتشان زیاد باشد ، به طور موازی بسته می شود .

شکل زیر مدار یک دستگاه اندازه گیری الکترو دینامیکی تک فاز را نشان می دهد .

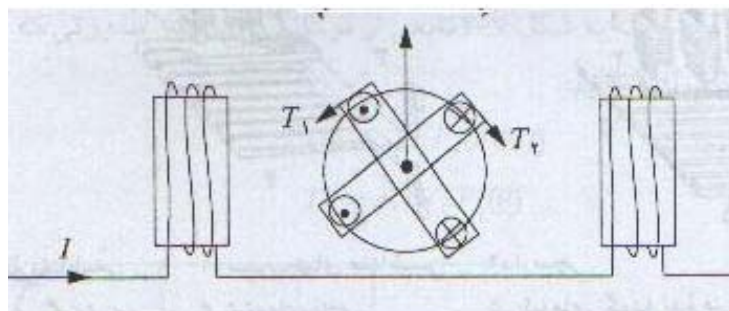


$$T_1 = K_1 \cdot I \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot F_1(\theta)$$

$$T_2 = K_2 \cdot I \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot F_2(\theta)$$

$$\theta = \left[\frac{I_2 \cdot \cos \varphi_2}{I_1 \cdot \cos \varphi_1} \right] = F \left[\frac{I_2 \cdot \cos (90^\circ - \varphi)}{I_1 \cdot \cos \varphi} \right] = KF[\tan \varphi] \propto F'(\varphi)$$

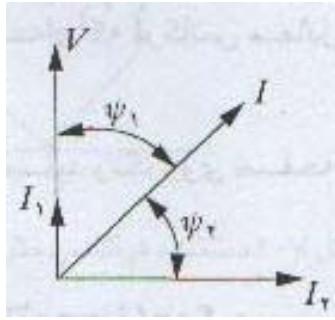
در ساختمان کسینوس فی متر و فرکانس متر آنالوگ از ساختمان نسبت سنج الکترو دینامیکی استفاده می شود . یک نسبت سنج الکترو دینامیکی از یک سیم پیچ ثابت جریان و دو کلاف متحرک نسبت به یکدیگر که از لحاظ عمود می باشند ، تشکیل شده است . بر اثر عبور جریان I از سیم پیچ ثابت و جریانهای I_1 و I_2 از دو سیم پیچ متحرک ، گشتاورهای T_1 و T_2 تولید می شود که در جهت مخالف یکدیگر اعمال می شود .



$$T_{1av} = T_{2av}$$

$$K_1 \cdot I \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot F_1(\theta) = K_2 \cdot I \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot F_2(\theta)$$

$$\theta = F \left(\frac{I_2 \cdot \cos \varphi_2}{I_1 \cdot \cos \varphi_1} \right)$$



مثال : یک بار صنعتی ، ۸۸ کیلو وات را در ضریب توان ۰/۷۰۷ پس فاز مصرف می کند . ولتاژ خط انتقال ۴۸۰ ولت است . مقاومت خط انتقال از شرکت برق تا این کارخانه برابر ۰/۰۸ می باشد . مطلوبست الف (توان تحویلی توسط شرکت برق . ب) توان تحویلی اگر ضریب توان به نحوی به مقدار ۰/۹ پس فاز تغییر کند .

$$I_{rms} = \frac{P_L}{(pf)V_{rms}} = \frac{88 \times 10^3}{0.707 \times 480} = 259.3 A$$

$$P_S = P_L + 0.08 I_{rms}^2 = 88000 + 0.08 \times (207.2)^2 = 93.38 kw$$

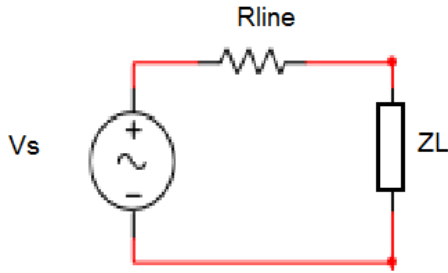
(ب)

$$I_{rms} = \frac{P_L}{(pf)V_{rms}} = \frac{88 \times 10^3}{0.9 \times 480} = 203.7 A$$

$$P_S = P_L + 0.08 I_{rms}^2 = 88000 + 0.08 \times (203.7)^2 = 91.32 kw$$

مثال : در مدار زیر مطلوبست : الف (توان متوسط تحویل شده به بار . ب) توان متوسط جذب شده توسط خط . پ (قدرت ظاهری تامین شده بوسیله مولد . ت) ضریب قدرت بار . ث (

ضریب قدرت کل مدار . ($Z_L = 10 + j3$ و $R_{line} = 1 \Omega$ و $V_S = 230 < 0$)



$$I_e = \frac{230 \angle 0}{1 + 10 + j3} = 20.18 \angle -15.25$$

$$P_{av} \text{ بار} = 10 \times (120.181)^2 = 4070 \text{ w}$$

$$P_{av} \text{ خط} = 1 \times (120.181)^2 = 407 \text{ w}$$

$$S = V_e I_e = 230 \times 2018 = 4641.4 \text{ مولد}$$

$$PF \text{ بار} = \frac{P_{av}}{S} = \frac{4070}{20.18 \times 210.6} = 0.958 \text{ Lag}$$

$$PF \text{ کل} = \frac{P_{av} \text{ بار} + P_{av} \text{ خط}}{S \text{ بار} + S \text{ خط}} = 0.964 \text{ Lag}$$

مثال : باری با ۲۰ کیلو وات در ضریب توان ۰/۸ پس فاز کار می کند . ولتاژ بار $220 \angle 0$ ولت موثر در فرکانس ۶۰ هرتز می باشد . امپدانس خط انتقال برابر $0.09 + j0.3$ اهم است . می خواهیم ولتاژ و ضریب توان را در ورودی خط محاسبه نماییم .

$$S = \frac{P}{\cos \theta} = \frac{P}{PF} = \frac{20000}{0.8} = 25000 \text{ VA}$$

$$S_L = 25000 \angle \theta = 25000 \angle 36.87 = 20000 + j15000 \text{ VA}$$

$$S_L = V_L I_L^*$$

$$I_L = \left[\frac{25000 \angle 36.87}{220 \angle 0} \right]^* = 113.64 \angle -36.87 \text{ A}$$

$$S_{Line} = I_L^2 Z_{line} = 1162.26 + j3874.21 \text{ VA}$$

$$S_s = S_L + S_{line} = 21162.26 + j 18874.21 = 28356.25 \angle 41.73 \text{ VA}$$

$$V_L = \frac{|S_L|}{I_L} = \frac{28356.25}{113.64} = 249.53 \text{ V} , \quad \cos(41.73) = 0.75$$

$$I_L = 113.64 < -36.87 \text{ A}$$

$$V_{Line} = (113.64 < -36.87) (0.09 + j0.3) = 35.59 < 36.43$$

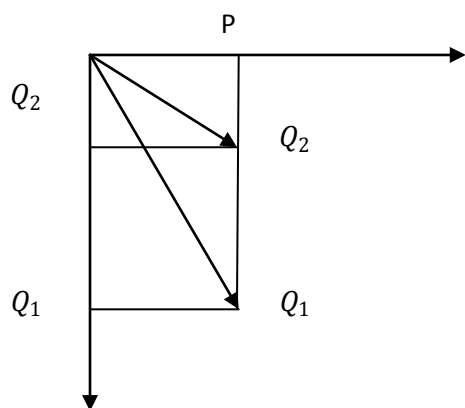
$$V_s = 220 < 0 + 35.59 < 36.43 = 249.53 < 4.86 \text{ V}$$

$$\theta_v - \theta_i = 4.86 - (-36.87) = 41.73$$

$$Pf = \cos(41.73) = 0.75 \quad \text{پس فاز}$$

اصلاح ضریب قدرت

تنها بار اهمی است که مصرف کننده انرژی الکتریکی می باشد ، المان های سلف و خازن انرژی الکتریکی را مصرف نمی کنند ، بلکه در نیم سیکل ، انرژی الکتریکی را از شبکه می گیرد و در نیم سیکل بعد پس می دهد . با توجه به آن که معمولا مصرف کننده ها به ویژه مصرف کننده های صنعتی دارای خاصیت سلفی می باشند و وجود خاصیت سلفی در بار سبب می شود که جریان بار از ولتاژ آن عقب تر شده و در نتیجه زاویه ی بین ولتاژ و جریان زیاد شود، که این امر باعث کاهش ضریب قدرت یعنی $\cos\phi$ می گردد . با توجه به آن که در توان حقیقی بار یعنی P ثابت است ، لذا با ثابت بودن ولتاژ مقدار جریان افزایش می یابد . افزایش خاصیت سلفی بار، باعث زیادتیرشدن جریان شده که این امر هم برای مصرف کننده مشکل دارد ، زیرا باید هزینه ی بیشتری را پرداخت کرد و هم برای تولید و توزیع انرژی مشکل وجود دارد ، زیرا باید مقدار تولید را افزایش داده و قدرت توزیع انرژی را افزایش داده و قدرت توزیع انرژی را زیاد نماید . برای رفع این مشکل می توان از عنصر خازن استفاده نمود تا جبران خاصیت سلفی بار را بنماید . عنصر خازن معمولا در خروجی کنتور به طور موازی با شبکه قرار می گیرد و با افزایش خاصیت سلفی تعداد خازن هایی که به شبکه وصل می شوند زیادتیر می شوند . در زیر طریقه ی محاسبه ی ظرفیت خازن لازم برای اصلاح ضریب قدرت مصرف کننده های تک فاز بررسی شده است .



$$Q_1 = VI_1 \sin \varphi_1 \quad , \quad Q_2 = VI_2 \sin \varphi_2$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{Q_1}{P} \quad , \quad \tan \varphi_2 = \frac{Q_2}{P}$$

$$Q_1 = P \tan \varphi_1 \quad , \quad Q_2 = P \tan \varphi_2$$

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = P \tan \varphi_1 - P \tan \varphi_2$$

$$Q_C = VI_C = V \frac{V}{X_C} = \frac{V^2}{\frac{1}{C\omega}} = C\omega V^2 \rightarrow C = \frac{Q_C}{2\pi F V^2}$$

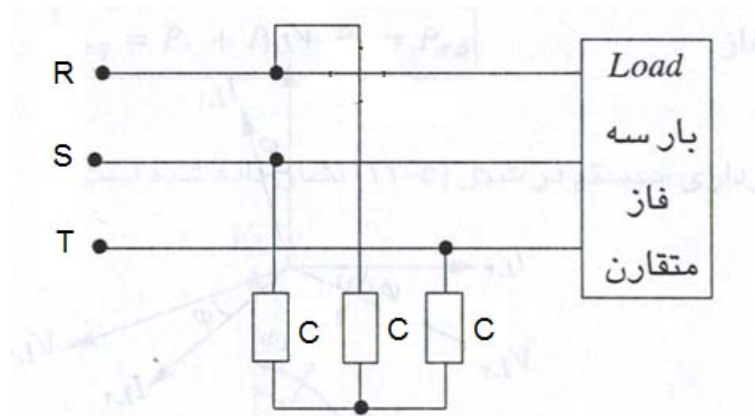
$$C = \frac{P \tan \varphi_1 - P \tan \varphi_2}{2\pi F V^2}$$

اصلاح ضریب قدرت در مدارات سه فاز

در مدارات سه فاز برای اصلاح ضریب قدرت خازن ها را به دو شکل ستاره یا مثلث می توان به شبکه اتصال داد:

۱- خازن گذاری به صورت ستاره : در این حالت (V) ولتاژ فاز بوده که برای برق شهر ۲۲۰ ولت می باشد .

$$C_\lambda = \frac{P \tan \varphi_1 - P \tan \varphi_2}{2\pi F V^2}$$



۲ خازن گذاری به صورت مثلث : در این حالت (V) ولتاژ خط می باشد که برای مصرف کننده ی سه فاز برق شهر ۳۸۰ ولت است .

$$C_{\Delta} = \frac{P \tan \varphi_1 - P \tan \varphi_2}{3 \times 2\pi F V^2}$$

هنگامی که اتصال خازن ها به طور مثلث باشد ظرفیت خازن مورد نیاز $1/3$ حالت ستاره می باشد اما در حالت ستاره ولتاژی که دو سر خازن ها قرار می گیرد ، ولتاژ فاز است ولی در حالت مثلث ولتاژ دو سر خازن ها ولتاژ خط می باشد .

اندازه گیری انرژی الکتریکی

کنتور تک فاز

این دستگاه اندازه گیری ، انرژی مصرفی را بر حسب کیلو وات ساعت نشان می دهد . اساس کار این دستگاه اندازه گیری الکترو دینامیکی می باشد که دارای یک سیم پیچ جریان بوده که با مصرف کننده بطور سری قرار می گیرد و سیم پیچ ولتاژ آن بطور موازی بسته می شود . در این دستگاه گشتاور مقاوم وجود ندارد و محور به صفحه دوار اتصال داده شده است . در دستگاه کنتور از آهنربای دائم برای ایجاد گشتاور ترمزی استفاده می شود که صفحه دوار در داخل شکاف آهنربا قرار دارد . در نتیجه با قطع جریان ، صفحه دوار بلافاصله متوقف می شود .

روی محور دستگاه ، مارپیچ حلزون شکلی وجود دارد که از طریق چرخ دنده ها حرکت محور را به شماره انداز (نمراتور) منتقل می کند .

برای تست کنتور معمولا عددی روی کنتور نوشته شده است که برای نمایش یک کیلو وات ساعت مشخص شده است . این عدد بسته به نسبت تبدیل چرخ دنده ها در کنتور های مختلف ، ممکن است متفاوت باشد . با استفاده از این عدد ، ثابت یک کنتور را بدست می آوریم .
بعنوان مثال روی کنتور نوشته شده است :

750 : 1kw دور

$$750 \rightarrow 1 \times 1000 \times 3600 \text{ دور}$$

$$1 \text{ دور} \rightarrow C_n = 4800$$

$$C_n = V \times I \times t$$

زمان یک دور صفحه مدور بر حسب ثانیه t

بنابراین با اندازه گیری ولتاژ و جریان خروجی کنتور و همچنین زمان یک دور محور بر حسب ثانیه مقدار C_n بدست می آید . اگر این عدد با مقدار نامی آن اختلاف داشته باشد ، کنتور دارای خطا می باشد . برای تنظیم کنتور معمولا دو پیچ تنظیم روی گشتاور ترمزی وجود دارد که تغییر دهنده شکاف آهنربا و دیگری تغییر دهنده سطح صفحه داخل شکاف است . پیچ تنظیم دیگری نیز روی گشتاور محرک وجود دارد ولی از طریق شرکت توزیع برق پلمب شده و مشترکین مجاز به باز کردن آن نمی باشند . در صورتی که مولتی متر در اختیار نباشد می توان با یک تقریب مناسب آن را تست نمود . بدین منظور همه مصرف کننده ها را قطع می کنیم و مثلا یک لامپ رشته ای ۱۰۰ ولت را روشن می کنیم که مقدار $V \times I$ آن برابر ۱۰۰ می شود . حال با اندازه گیری زمان ۱ ولت ، ثابت کنتور را بدست می آوریم .

کنتور سه فاز اکتیو

کنتور سه فاز دارای سه سیم پیچ جریان می باشد که با هر فاز بطور سری قرار می گیرد . گشتاور محرک فرآیند ناشی از سه فاز باعث چرخش محور مشترک آن که صفحه دوار به آن اتصال داده شده است ، می گردد . حرکت محور توسط مارپیچ حلزونی آن توسط چرخ دنده ها به شماره انداز منتقل می شود . مقدار انرژی مصرفی بر حسب کیلو وات ساعت نشان داده می شود . برای تست کنتور تک فاز ، روی صفحه آن عددی نوشته شده است که تعداد دور لازم محور برای نمایش یک کیلو وات ساعت مشخص شده است . مانند کنتور تک فاز با داشتن این عدد ثابت مقدار ثابت یک دور صفحه مدور را بدست می آوریم .

$$C_n = (V_R I_R + V_S I_S + V_T I_T) \times t$$

چنانچه مولتی متر در اختیار نباشد . میتوان با قطع کردن مصرف کننده و اتصال یک لامپ ۱۰۰ وات به هر فاز ، با اندازه گیری یک دور بر حسب ثانیه ، ثابت کنتور را بدست می آوریم .

کنتور سه فاز راکتیو

در مصرف کننده هایی که بین ولتاژ و جریان آنها اختلاف فاز وجود دارد توان دارای دو مقدار مثبت و منفی است . به این معنی که مصرف کننده گاهی از شبکه توان می کشد و گاهی به آن توان می دهد . این موضوع سبب ایجاد توان راکتیو می شود که بر حسب کیلو وار ساعت بیان می شود . بنابراین از روی واحد انرژی مصرفی کنتور سه فاز می توان نوع آنرا مشخص کرد . در محیط های صنعتی و مصرف کننده های بالا شرکت برق ، آنها را ملزم به استفاده از کنتور راکتیو در کنار کنتور اکتیو می کند . این کنتور مقدار توان راکتیو ناشی از خاصیت سلفی بار را مشخص می کند که باید هزینه آن پرداخت گردد .

کنتور سه فاز تعرفه دار

مصرف انرژی الکتریکی در ساعات شبانه روز یکسان نمی باشد و اوج مصرف در نیمه اول شب و کمترین مقدار مصرف انرژی در نیمه دوم شب می باشد . در کارخانجات بزرگ از کنتور تعرفه دار استفاده می شود . در این کنتورها معمولاً سه شماره انداز وجود دارد . یکی از شماره

اندازها در نیمه اول شب انرژی مصرفی را نشان می دهد . شماره انداز دوم انرژی مصرفی را در نیمه دوم شب مشخص می کند و شماره انداز سوم میزان انرژی مصرفی را در طول روز تعیین می نماید . لذا مصرف کننده های بزرگ برای آنکه هزینه برق مصرفی کمتری داشته باشند ، تشویق می شوند تا مصرف کننده های با توان بالای خود را در نیمه دوم شب مورد استفاده قرار دهند .

کنترل دیجیتال

در کنترل های مکانیکی تعیین میزان مصرف برق از طریق نمراتور کنترلر وبا کسر عدد فعلی از قبلی به دست می آید و مصرف به دست آمده را کلا مطابق با یک نرخ محاسبه و بهای برق مشترک بدست می آید .

به طور مثال اگر مشترک در ۲۴ ساعت شبانه روزی ۲۰ کیلو وات ساعت برق مصرف کند (با فرض هر کیلو وات ساعت ۲۰۰ ریال) مبلغ $(20 \times 200 = 4000)$ ریال می شود .

در کنترلر دیجیتال سه تعرفه ، مصرف در ۲۴ ساعت شبانه روز به سه بازه زمانی شامل ساعات میان باری (روز) ، ساعات اوج بار (شب) و ساعات کم باری (آخر شب) تقسیم شده و نرخ هر کدام متفاوت و به ترتیب با ضرایب ۱ ، ۲/۵ ، ۰/۲۵ نسبت به نرخ ساعات میان باری محاسبه می گردد .

به طور مثال اگر یک مشترک در ۲۴ ساعت شبانه روز ۲۰ کیلو وات ساعت برق مصرف کند و دارای کنترلر دیجیتال باشد کنترلر مصرف برق فوق را فرضا به سه بخش تقسیم می کند .

مصرف ساعات میان باری (روز) = ۱۰ کیلو وات ساعت

مصرف ساعات اوج بار (اول شب) = ۳ کیلو وات ساعت

مصرف ساعات کم باری (آخر شب) = ۷ کیلو وات ساعت

که بهای برق مصرفی این مشترک از رابطه زیر بدست می آید :

ضریب $\times$ نرخ $\times$ مصرف = بهای برق مصرفی با کنترلر دیجیتال

$$ریال = 3850 = (1 \times 200 \times 1) + (3 \times 200 \times 2/5) + (7 \times 200 \times 0/25)$$

مزایای کنترل دیجیتال :

- مشترک هر لحظه می تواند در جریان میزان مصرف برق خود قرار گیرد .
- کنترل مصرف و مدیریت مصرف به راحتی صورت می پذیرد در نتیجه کاهش برق مصرفی را به دنبال دارد .
- دیجیتالی شدن سیستم و کاهش خطاهای انسانی
- مشخص کردن مصرف برق در ساعات شبانه روز برای احتساب تعرفه ها

ترانسفورماتورها

با توجه به آن که اندازه گیری صنعتی اهمیت زیادی دارد ، ولتاژها و جریان ها ممکن است مقادیر زیادی داشته باشد و اندازه گیری و استفاده ی مستقیم آن ها امکان نداشته باشد . بنابراین با استفاده از ترانس های ولتاژ و جریان آن ها را به مقادیر مورد نیاز تبدیل نموده تا به نحوی بتوانیم با دستگاه ها و وسایل استاندارد اندازه گیری نموده و همچنین بتوانیم آن ها را مورد استفاده قرار دهیم .

۱- ترانس ولتاژ VT (PT) :

این ترانس ها از یک هسته مغناطیسی با سیم پیچ اولیه و ثانویه تشکیل شده است . در ترانس های ولتاژ بسته به این که تعداد درو سیم پیچ های اولیه و ثانویه چند دور باشد مقدار ولتاژ اولیه و ثانویه تغییر می کند . این ترانس ها در اولیه به طور موازی با شبکه بسته می شود و خروجی آن ها نیز می تواند به صورت مدار باز باشد .

۲- ترانس جریان CT :

این ترانس ها نیز مانند یک ترانس ولتاژ از یک هسته ی مغناطیسی که دارای اولیه و ثانویه می باشد ، تشکیل شده اند . سیم پیچ اولیه معمولاً به صورت یک شین مسی باشد ، که بتواند جریان زیاد اولیه را تحمل کند . سیم پیچ ثانویه دارای دور زیاد با قطر کم بوده و جریان

کمتری را می تواند از خود عبور دهد. ورودی ترانس جریان به طور سری بسته می شود و خروجی آن باید به بار اتصال داده شود. یعنی مدار باز نباشد. از ترانس جریان برای نمونه برداری جریان های زیاد استفاده می شود.

منابع AC

ورودی این منابع معمولاً ولتاژ برق شهری می باشد و در خروجی شکل موج های مختلف را با دامنه ها و فرکانس های متفاوت در اختیار ما قرار می دهد. این منابع AC راسیگنال ژنراتورها یا فانکشن ژنراتور می نامند. سیگنال ژنراتورها تولیدکننده ی شکل موج های سینوسی و مربعی می باشد. در حالی که فانکشن ژنراتور علاوه بر شکل موج سینوسی و مربعی، شکل موج مثلثی را نیز دارا می باشد.

اتصال زمین (ارت)

امروزه وجود قوانین و مقررات، همچنین تجهیزات لازم جهت رعایت ایمنی و حفاظت از ملزومات هر واحد صنعتی و شبکه برقی محسوب می شود. یک نمونه از این موارد ایمنی، اتصال زمین (ارت) می باشد. هدف اصلی از اتصال زمین، انتقال اضافه ولتاژهای نامطلوب به زمین بمنظور حفاظت می باشد.

استفاده از سیستم اتصال به زمین (ارت) مزایایی از قبیل موارد زیر دارد :

- حفاظت و ایمنی جان انسان
- حفاظت و ایمنی وسایل و تجهیزات الکتریکی
- خنثی و دفع کردن ولتاژهای بسیار زیاد ناشی از برخورد صاعقه
- حذف ولتاژهای ناخواسته و اضافی
- فراهم آوردن شرایط ایده آل جهت کار با دستگاههای الکتریکی
- اتصال نقطه خنثای مدار به زمین در مدارات سه فاز جهت پایدار ماندن پتانسیل مدار نسبت به زمین

روشهای اجرای ارت یا زمین حفاظتی

بطور کلی جهت اجرای ارت و سیستم حفاظتی دو روش وجود دارد :

۱ - زمین سطحی

در این روش سیستم ارت در سطح زمین و یا در عمق حدود ۸۰ سانتی متری اجرا میشود . در شرایطی از زمین سطحی برای اجرای ارت استفاده می شود که امکان حفاری جهت ایجاد چاه ارت نباشد و یا ارتفاع از سطح دریا پایین تر باشد مانند شهر های شمالی و جنوبی کشور و...

۲ - زمین عمقی

چاه ارت را باید در جاهایی حفر نمود که پایین ترین سطح را داشته و در معرض رطوبت قرار داشته باشد . با توجه به مقاومت مخصوص زمین ، عمق چاه از حداقل ۴ متر تا ۸ متر و قطر آن حدودا ۸۰ سانتیمتر می تواند باشد . در زمین هایی که با توجه به نوع خاک دارای مقاومت مخصوص کمتری هستند مانند خاکهای کشاورزی و رسی عمق مورد نیاز برای حفاری کمتر بوده و در زمینهای شنی و سنگلاخی که دارای مقاومت مخصوص بالاتری هستند نیاز به حفر چاه با عمق بیشتر می باشد . برای اندازه گیری مقاومت مخصوص خاک از دستگاههای خاص استفاده می گردد . در صورتی که تا عمق ۴ متر به رطوبت نرسیدیم و احتمال بدهیم در عمق بیشتر از ۶ متر به رطوبت نخواهیم رسید نیازی نیست چاه را بیشتر از ۶ متر حفر کنیم . بطور کلی عمق ۶ مترو قطر حدود ۸۰ سانتیمتر برای حفر چاه پیشنهاد می گردد . مقدار رطوبت خاک بر مقاومت ویژه آن تاثیر دارد ، این امر ایجاب می کند که سیستم اتصال زمین را بطور دوره ای بیازماییم و از موثر بودن آن اطمینان حاصل کنیم .

مقاومت ویژه خاک در گستره وسیعی تغییر می کند بطور تقریبی مقاومت ویژه خاک رس مرطوب برابر 80×10^3 تا 80×10^6 اهم بر متر برای ماسه با رطوبت معمولی می باشد . کاهش رطوبت به اندازه ۳۰٪ می تواند مقاومت ویژه خاک را ۳۰۰ تا ۴۰۰ درصد افزایش دهد . از این رو لازم است که طی یک سال مقاومت زمین مورد بررسی قرار گیرد .

دستگاه مگر

وسیله ای برای اندازه گیری مقاومت‌های بسیار بزرگ (از نظر مقدار مقاومت الکتریکی) معمولاً ۵۰۰۰ مگا اهم است . مانند مقاومت عایق کابل‌های قدرت و کنترل عایق کابل در موارد اتصال زمین و غیره . مقاومت‌های تا این حد زیاد در حقیقت ، مقاومت عایق کابلها و نظایر اینها می باشد . برای اندازه گیری چنین مقاومت‌هایی معمولاً به ولتاژ زیاد نیاز است . در بعضی از این نوع دستگاهها ، ولتاژ اندازه گیری به ۱۰ KV نیز می رسد ولتاژ معمول این نوع دستگاههای اندازه گیری ، بین ۱۰۰ ولت تا ۱۰ کیلو ولت است . دستگاه مگر از یک دستگاه نسبت سنج تشکیل شده است .

منبع ولتاژ مورد نیاز دستگاه معمولاً متناوب است و آنرا به دو صورت ایجاد می کنند . در روش

اول با استفاده از یک منبع تغذیه DC ولتاژ DC را به کمک اسیلاتور (نوسان ساز) تبدیل به AC می کنند و آنگاه به کمک ترانسفورماتور ولتاژ متناوب خروجی اسیلاتور را به هر مقدار دلخواه افزایش داده می شود . در روش دوم به کمک یک ژنراتور ساده که محرک آن دست می باشد ، ولتاژ AC تولید می شود . دلیل استفاده از جریان AC و فرستادن آن داخل خاک باعث حذف اثرهای ناخواسته ، ناشی از تولید نیروی ضد محرک الکتریکی در خاک ناشی از اثر الکترولیز می باشد . طرز کار با مگر دقیقاً همانند اندازه گیری معمولی مقاومت می باشد با این تفاوت که در نوع دستی ، توسط دسته ای که در بغل مگر است آنرا چرخانده ، که بدین ترتیب ژنراتور به گردش در می آید ، در نتیجه ولتاژ ی تولید می شود که آن ولتاژ توسط ترانسفورماتورهای افزایشنده ، افزایش یافته و سپس توسط یکسو کننده ها به ولتاژ مستقیم (DC) تبدیل می شود و مورد استفاده قرار می گیرد .

آماده سازی محل احداث الکتروود زمین

در بعضی موارد ، برای کم کردن مقاومت اتصال به زمین ممکن است لازم باشد اقدام به آماده سازی و یا حتی تعویض خاک شود . آماده سازی خاک با استفاده از مواد شیمیایی انجام می شود. در این صورت لازم است ترتیبی اتخاذ شود که در نتیجه کم شدن و شسته شدن املاح در طول زمان ، آماده سازی پیوسته در حال تجدید و یا تکمیل باشد . تا از کارایی اتصال زمین

کاسته نشود. از طرف دیگر در انتخاب روش آماده سازی برای هر موقعیت، لازم است محیط زیست و اثری را که مواد شیمیایی در آن باقی خواهند گذارد، به حساب آورد. برای ایجاد یک اتصال زمین با عمری طولانی، شاید لازم باشد زمینی را که بلافاصله در اطراف الکتروود قرار دارد با خاک یا ماده ای که مقاومت ویژه آن کم است، تعویض نمود. بهترین نمونه های این نوع آماده سازی عبارتند از:

- بنتونیت

- بتن

- بتن خاص با سیمان هادی که در آن از گرانولهای کربن یا خاک ذغال به جای ماسه استفاده می شود. این نوع آماده سازی مخصوصاً درزمینهای سنگی و زمینهایی که لایه سنگی در نزدیکی سطح آن قرار دارد بسیار موثر می باشد.

طراحی و پر نمودن چاه ارت

با توجه به شرایط جغرافیایی منطقه، چاهی با عمق مناسب و در مکان مناسب (با توجه به راهنمای انتخاب محل چاه ارت) حفر می شود. شیار به عمق ۶۰ سانتیمتر از چاه تا پای دکل برای مسیر سیم چاه ارت تا برقگیر روی دکل، همچنین برای سیم ارت داخل ساختمان حفر می شود. در صورتی که مسیر ۲ سیم مشترک باشد بهتر است مسیر دو سیم ایزوله گردن. همینطور مسیر سیمها باید کوتاهترین مسیر بوده و سیم میله برقگیر و ارت حتی الامکان مستقیم و بدون خم شدگی های تند باشد.

مراحل پر نمودن چاه ارت

- ۱- حدود ۲۰ لیتر محلول آب و نمک تهیه نموده و کف چاه می ریزیم بطوریکه تمام کف چاه را در برگیرد بعد از ۲۴ ساعت مراحل زیر را انجام می دهیم.
- ۲- به ارتفاع ۲۰ سانتیمتر از ته چاه را با خاک رس و یا خاک نرم پر می نمائیم.
- ۳- به مقدار لازم (حدود ۴۵۰ کیلو گرم) بنتونیت را با آب مخلوط کرده و بصورت دوغاب در می آوریم و مخلوط حاصل را به ارتفاع ۲۰ سانتیمتر از کف چاه می ریزیم هر چه مخلوط حاصل غلیظ تر باشد کیفیت کار بهتر خواهد بود.

۴- صفحه مسی را به ۲ سیم مسی نمره ۵۰ جوش می دهیم این سیمها یکی به میله برقگیر روی دکل و دیگری به داخل ساختمان خواهد رفت بنابراین طول سیم ها را متناسب با طول مسیر انتخاب می نمائیم .

۵- صفحه مسی را بطور عمودی در مرکز چاه قرار می دهیم .

۶- اطراف صفحه مسی را با دوغاب تهیه شده تا بالای صفحه پر می نمائیم .

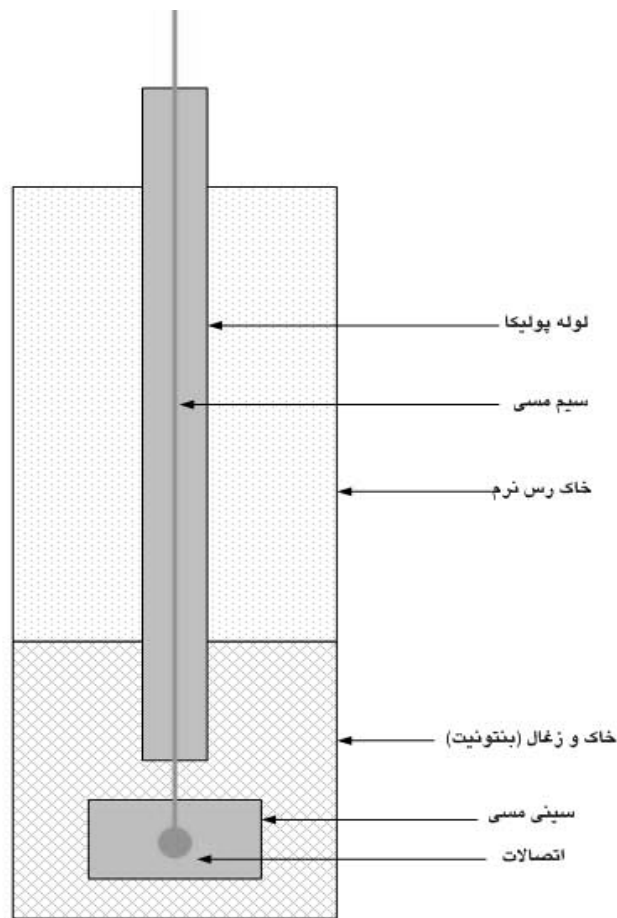
۷- لوله پلیکای سوراخ شده را بطور مورب در مرکز چاه و در بالای صفحه مسی قرار می دهیم و داخل لوله پلیکا را شن می ریزیم تا ۵۰ سانتیمتر از انتهای لوله پر شود این لوله برای تامین رطوبت ته چاه می باشد و در فصول گرم سال ، تزریق آب از این لوله انجام می شود . لازم بذکر است در مواردی که چاه ارت در باغچه حفر شده باشد و یا ته چاه به رطوبت رسیده باشد و یا کلا در جاهایی که رطوبت ته چاه از بالای چاه یا از پایین چاه تامین گردد نیازی به قراردادن لوله نمی باشد .

۸- بعد از قراردادن لوله پلیکا به ارتفاع ۲۰ سانتیمتر از بالای صفحه مسی را با دوغاب آماد ه شده پر می نمائیم .

۹- بقیه چاه را هم تا ۱۰ سانتیمتر بر سر چاه مانده ، با خاک معمولی همراه با ماسه یا خاک سرند شده کشاورزی پر می نمائیم و ۱۰ سانتیمتر از چاه را برای نفوذ آب باران و آبهای سطحی به داخل چاه با شن و سنگریزه پر می نمائیم . روی چاه ، مخصوصا در مواقعی که از لوله پولیکا استفاده نمی گردد نباید آسفالت شده و یا با سیمان پر گردد.

۱۰- داخل شیارهای حفاری شده را با خاک سرند شده کشاورزی یا خاک نرم معمولی و یا خاک معمولی مخلوط با بنتونیت پر می کنیم .

شکل زیر یک چاه ارت را نشان می دهد :



نمای شماتیک چاه ارت

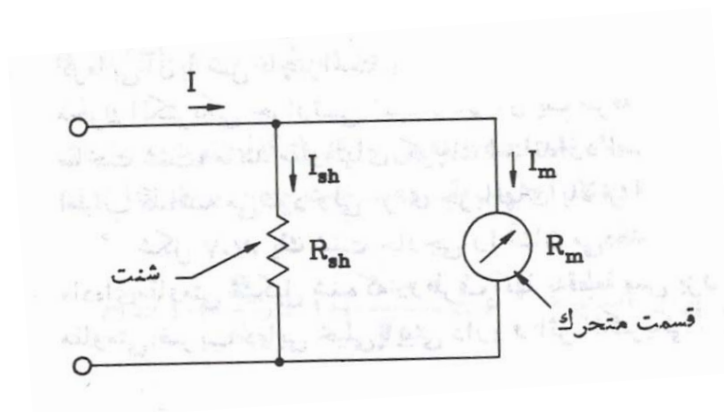
طراحی مولتی مترها

مولتی به معنی ترکیب بوده و اصطلاح مولتی متر به دستگاه اندازه گیری گفته می شود که قادر به اندازه گیری حداقل سه کمیت جریان، ولتاژ، مقاومت را دارا باشد. در این بخش این سه قسمت به طور جداگانه طراحی می گردد.

۱- طراحی آمپر متر :

با توجه به آن که دستگاه اندازه گیری قاب گردان با آهنربای دائم به نام گالوانومتر نامیده می شود، چنانچه از سیم پیچ با قطر زیاد استفاده کند و جریان های زیاد از آن عبور نماید، باعث

گرم شدن هسته و در نتیجه ایجاد خطا می شود، لذا سیم پیچ دستگاه را نازک انتخاب کرده و برای اندازه گیری جریان های بیشتر از یک مقاومت که به طور موازی با سیم پیچ بسته می شود و به نام مقاومت شنت نامیده می شود ، عبور می کند . بنابراین شکل یک آمپر متر به صورت زیر می باشد .



در مدار فوق I کل جریان مجهول ورودی می باشد ، I_{sh} جریان عبوری از مقاومت شنت می باشد ، R_{sh} مقاومت شنت است. یعنی مقاومتی که با سیم پیچ گالوانومتر به طور موازی بسته شده است . I_m جریان عبوری از گالوانومتر می باشد ، V_m افت ولتاژ دو سر گالوانومتر است و R_m مقاومت اهمی سیم پیچ گالوانومتر می باشد که با اتصال اهم سنج به دو سر سیم پیچ آن قابل اندازه گیری است. با توجه به شکل مداری گالوانومتر ملاحظه می شود که مقاومت آمپر متر نمی تواند صفر باشد، زیرا برای صفر بودن مقاومت آمپر متر لازم است، یا مقاومت گالوانومتر صفر باشد که چون دارای سیم پیچ است، هر سیم پیچ دارای یک مقاومت اهمی می باشد و طبق رابطه ی $R = \frac{\rho L}{S}$ نمی تواند صفر شود. حالت دیگر این که مقاومت R_{sh} صفر باشد که در این صورت دو سر گالوانومتر اتصال کوتاه شده و هیچ جریانی از آن عبور نمی کند . لذا امکان صفر شدن مقاومت آمپر متر وجود ندارد .

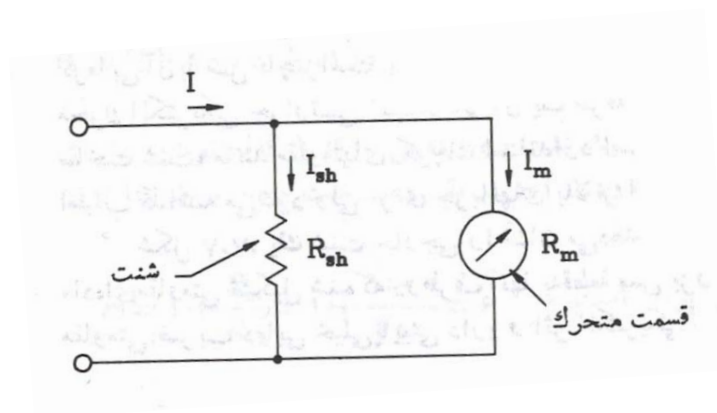
$$V_m = R_m \cdot I_m \quad , \quad I = I_{sh} + I_m$$

$$R_{sh} = \frac{V_m}{I_{sh}} = \frac{R_m \cdot I_m}{I - I_m} = \frac{R_m}{\frac{I}{I_m} - 1}$$

ضریب ضرب کنندگی شنت $m = \frac{I}{I_m}$

$$R_{sh} = \frac{R_m}{m - 1}$$

مثال : مقاوت داخلی یک گالوانومتر ۱۰۰ اهم و جریان انحراف تمام مقیاس آن ۱ میلی آمپر می باشد . چنانچه بخواهیم با این گالوانومتر یک آمپر متر صفر تا ۱۰۰ میلی آمپر بسازیم با رسم شکل ، مقدار شنت لازم و افت ولتاژ دو سر گالوانومتر را بدست آورده و همچنین مقاوت ورودی آمپر متر را محاسبه کنید .



$$m = \frac{I}{I_m} = \frac{100}{1} = 100$$

$$R_{sh} = \frac{R_m}{m-1} = \frac{100}{100-1} = 1.01 \Omega$$

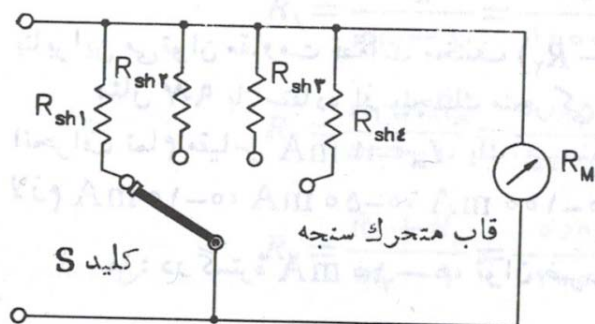
$$V_m = V_{sh} = R_m \cdot I_m = R_{sh} \cdot I_{sh} = 100 \times 1 \times 10^{-3} = 0.1 \text{ v}$$

$$R_i = R_{sh} \parallel R_m = \frac{R_m \cdot R_{sh}}{R_m + R_{sh}} = \frac{100 \times 1.01}{100 + 1.01} = 1 \Omega$$

آمپر متر چند رنجی :

برای این که بتوانیم جریان های مختلف را توسط آمپر متر اندازه گیری نماییم ، لازم است از یک آمپر متر چند رنجی استفاده کنیم . دلیل استفاده از رنج های مختلف آمپر متر آن است که با توجه به مقدار جریان ورودی در محدوده ی مختلف از همان رنج استفاده نماییم تا خطای

کمتری را داشته باشیم. بدین منظور از چند مقاومت مطابق شکل زیر که توسط یک کلید در هر زمان یکی از آن ها در مدار قرار می گیرد استفاده می کنیم.



$$R_{sh1} = \frac{R_m}{m_1 - 1} \quad , \quad m_1 = \frac{I_1}{I_m}$$

$$R_{sh2} = \frac{R_m}{m_2 - 1} \quad , \quad m_2 = \frac{I_2}{I_m}$$

$$R_{sh3} = \frac{R_m}{m_3 - 1} \quad , \quad m_3 = \frac{I_3}{I_m}$$

کلید S باید حالت وصل شدن قبل از قطع شدن را داشته باشد . این کلید ، که کلید چند حالتی می باشد را سلکتور می نامند . اگر کلید سلکتور S قبل از آن که به حالت بعد اتصال یابد ، از حالت قبلی جدا شود باعث می شود که برای مدتی هر چند کم گالوانومتر بدون مقاومت شنت بوده و این امر باعث می شود که کل جریان I از گالوانومتر بگذرد و در نتیجه به آن صدمه وارد شود.

مثال : یک گالوانومتر دارای مقاومت اهمی 100Ω و جریان انحراف تمام مقیاس 50mA می باشد . می خواهیم توسط این گالوانومتر یک آمپر متر سه رنجی بسازیم که شامل رنج های 0 تا 100mA ، 0 تا 500mA و 0 تا 2A را داشته باشد ، مقاومت های شنت لازم را مشخص کنید .

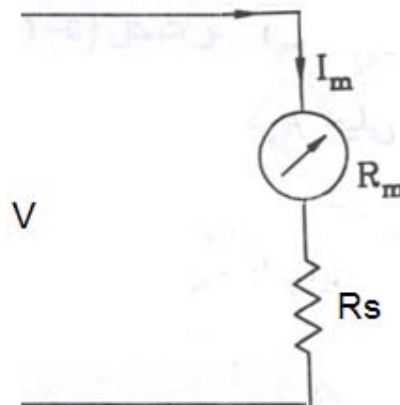
$$R_{sh1} = \frac{R_m}{m_1 - 1} = \frac{100}{2 - 1} = 100 \quad , \quad m_1 = \frac{I_1}{I_m} = \frac{100}{50} = 2$$

$$R_{sh2} = \frac{R_m}{m_2 - 1} = \frac{100}{10 - 1} = \frac{100}{9} \quad , \quad m_2 = \frac{I_2}{I_m} = \frac{500}{50} = 10$$

$$R_{sh3} = \frac{R_m}{m_3 - 1} = \frac{100}{40 - 1} = \frac{100}{39} \quad , \quad m_3 = \frac{I_3}{I_m} = \frac{2000}{50} = 40$$

نتیجه می شود با توجه به مقادیر ، عدد به دست آمده هر چقدر رنج آمپر متر زیادتر شود مقدار مقاومت شنت لازم کمتر می شود .

۲- طراحی ولت متر:



شکل فوق مدار یک ولت متر را نشان می دهد که از یک گالوانومتر با مقاومت ضرب کننده ی ولت متر، یعنی R_s تشکیل شده است . در این مدار V ولتاژ مجهول ورودی می باشد . V_m افت ولتاژ دو سر گالوانومتر است . I_m جریان عبوری می باشد . R_m مقاومت اهمی گالوانومتر بوده و R_s مقاومت ضرب کننده ی ولت متر می باشد . از روی شکل مداری ملاحظه می شود که مقاومت ورودی ولت متر نمی تواند بی نهایت باشد . زیرا برای این منظور باید R_s بی نهایت باشد یعنی به جای آن مدار باز قرار گیرد . که در این صورت هیچ جریانی از گالوانومتر عبور نمی کند و عددی نشان داده نمی شود . در مدار شکل فوق داریم :

$$V_m = I_m \cdot R_m$$

$$V = I_m (R_m + R_s)$$

$$M = \frac{V}{V_m} = \frac{I_m (R_m + R_s)}{I_m \cdot R_m} = 1 + \frac{R_s}{R_m} \rightarrow R_s = R_m (M - 1)$$

مثال: یک گالوانومتر هنگامی که ولتاژ بین سرهای آن 100 mV باشد. انحراف تمام مقیاس با جریان 10 mA ایجاد می شود مطلوب است محاسبه ی:

الف (مقدار مقاومت شنت لازم برای آن که جریان 10 A را اندازه بگیرد.

ب (مقدار مقاومت سری لازم برای اندازه گیری ولتاژ 1000 V

پ (رسم شکل کامل مدار:

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{100}{10} = 10\Omega$$

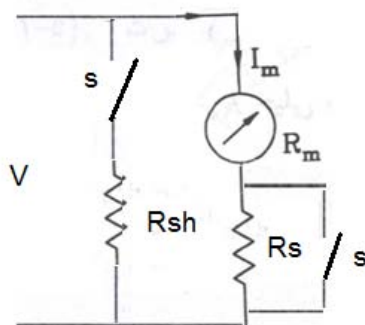
$$m = \frac{I}{I_m} = \frac{10000}{10} = 1000$$

$$R_{sh} = \frac{R_m}{m-1} = \frac{10}{1000} = 0.01\Omega$$

(ب

$$M = \frac{V}{V_m} = \frac{1000}{0.1} = 10000 \rightarrow R_s = R_m (M - 1) = 10(10000 - 1) \approx 100\text{ k}\Omega$$

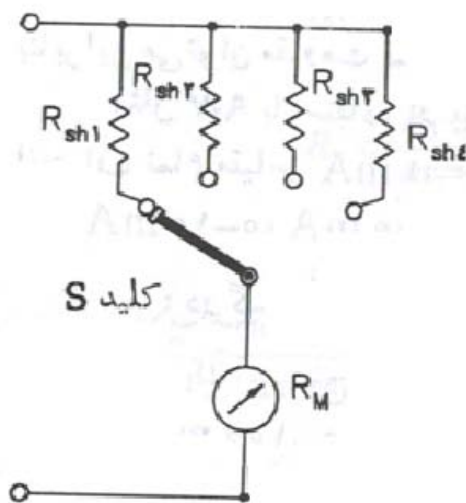
(ج



در مدار شکل فوق چنانچه کلید S بسته باشد ، R_s اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می شود و R_{sh} در مدار قرار می گیرد . این حالت دستگاه به عنوان آمپر متر می تواند مورد استفاده قرار

می گیرد اما چنانچه کلید S باز باشد ، R_{sh} از مدار خارج شده و R_S در مدار قرار می گیرد .
 که در این صورت به عنوان ولت متر می توان استفاده کرد .

ولت متر های چند رنجی :



در مدار شکل فوق یک ولت متر چهار رنجی نشان داده شده است . کخ با تغییر کلید S در هر حالت می توان یکی از مقاوت ها را در مدار قرار داد . کلید S یک سلکتور چند رنجی می باشد . کلید S باید حالت قطع شدن قبل از وصل شدن را داشته باشد . یعنی از حالت یک جدا شده و به حالت ۲ اتصال یابد . چنانچه ابتدا حالت بعدی وصل شود و بعد از حالت قبلی جدا گردد برای مدتی هر چند کوتاه دو مقاومت با هم موازی شده و باعث عبور جریان زیاد از گالوانومتر و در نتیجه صدمه رسیدن به آن می شود. مقادیر مقاومت R_S به صورت زیر محاسبه می شود .

$$R_{S1} = R_m (M_1 - 1) \quad , \quad M_1 = \frac{V_1}{V_m}$$

$$R_{S2} = R_m (M_2 - 1) \quad , \quad M_2 = \frac{V_2}{V_m}$$

$$R_{S3} = R_m (M_3 - 1) \quad , \quad M_3 = \frac{V_3}{V_m}$$

$$R_{S4} = R_m (M_4 - 1) \quad , \quad M_4 = \frac{V_4}{V_m}$$

مثال: یک گالوانومتر دارای مقاومت اهمی ، ۱۰۰ اهمو جریان انحراف تمام مقیاس یک میلی آمپر می باشد . از این دستگاه برای ساخت یک ولت متر سه رنجی استفاده شده که دارای رنج های ۰ تا ۲۰V و ۰ تا ۲۰۰V و ۰ تا ۱۰۰۰V باشد . مطلوب است محاسبه ی مقاومت های ضرب کننده ی لازم برای هر رنج .

$$V_m = I_m \cdot R_m = 1 \times 10^{-3} \times 100 = 0.1 \text{ V}$$

$$M_1 = \frac{V_1}{V_m} = \frac{20}{0.1} = 200 \rightarrow R_{S1} = 100 (200 - 1) = 19.9 \text{ K}\Omega$$

$$M_2 = \frac{V_2}{V_m} = \frac{200}{0.1} = 2000 \rightarrow R_{S2} = 100 (2000 - 1) = 199 \text{ K}\Omega$$

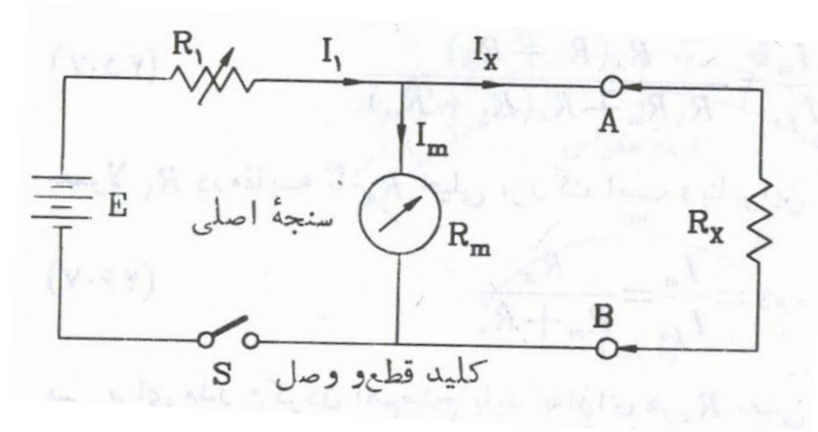
$$M_3 = \frac{V_3}{V_m} = \frac{1000}{0.1} = 10000 \rightarrow R_{S3} = 100 (10000 - 1) = 999 \text{ K}\Omega$$

ملاحظه می شود که هر چقدر رنج ولت متر افزایش یابد ، مقدار مقت=اومت ضرب کننده ی آن افزایش می یابد .

طراحی اهم متر

با اندازه گیری ولتاژ و جریان و استفاده از قانون اهم می توان مقدار مقاومت مجهول را محاسبه نمود. اما اهم متر دستگاه اندازه گیری است که به روش مستقیم مقدار مقاومت مجهول را اندازه گیری می کند . این دستگاه نیز با استفاده از گالوانومتر ساخته می شود . به طور کلی اهم متر ها به دو شکل: ۱- اهم متر موازی ۲- اهم متر سری ساخته می شود . تفاوت اساسی اهم متر با دستگاه های اندازه گیری دیگر مانند ولت متر، آمپر متر ، فرکانس متر ، وات متر و غیره آن است که چون مقاومت انرژی الکتریکی ندارد ، برای ایجاد گشتاور محرک نیاز به باتری داخلی دارد .

الف (اهم متر موازی



مطابق شکل اهم متر موازی از یک گالوانومتر که به طور موازی با مقاومت مجهول بسته می شود و به همین دلیل به آن اهم متر موازی گفته می شود با یک مقاومت R که دو نقش محدودکننده جریان و تنظیم صفر اهم متر را بر عهده دارد ، همراه با یک منبع ولتاژ V سری با کلید S تشکیل شده است . در این اهم متر اگر R_x برابر صفر باشد یعنی اگر به جای اتصال کوناه قرار گیرد در این صورت هیچ جریانی از گالوانومتر عبور نمی کند و کل جریان از مسیر اتصال کوتاه مقاومت مجهول می گذرد . بنابراین عقربه ی گالوانومتر در انتهای سمت چپ باقی می ماند و هیچ حرکتی را ندارد . مقدار جریان کشیده شده از باتری برابر است با :

$$I = \frac{E}{R}$$

اما چنانچه R_x برابر بی نهایت باشد یعنی به جای R_x مدار باز قرار گیرد کل جریان از گالوانومتر عبور می کند که با تغییر مقاومت تنظیم صفر R جریان انحراف تمام مقیاس از گالوانومتر عبور می کند و عقربه تا انتهای سمت راست حرکت می کند .

$$I_m = \frac{E}{R+R_m} = I_{f.s}$$

بنابراین در اهم متر موازی به ازای مقاومت $R_x = 0$ عقربه اهم متر در انتهای سمت چپ قرار دارد و به ازای $R_x = \infty$ عقربه ی دستگاه در انتهای سمت راست قرار دارد. لذا به ازای هر مقدار مقاومت R_x از صفر تا بی نهایت از منبع جریان کشیده می شود. لذا لازم است یک کلید S مطابق شکل با منبع E سری شود تا هنگامی که از اهم متر استفاده نمی شود این کلید

باز شده و هیچ جریانی از باتری کشیده نشود تا سبب تخلیه باتری گردد. این مهمترین محدودیت اهم متر موازی می باشد.

مقدار جریان I_m به ازای هر مقدار مجهول R_x به صورت زیر محاسبه می شود.

$$I_{f.s} = \frac{E}{R+R_m} \rightarrow R = \frac{E}{I_{f.s}} \cdot R_x$$

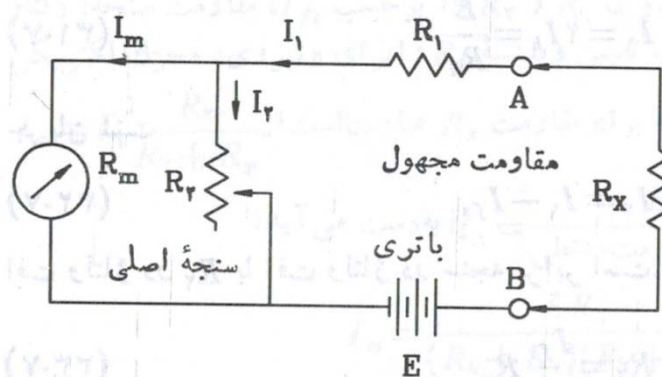
$$I_m = I \times \frac{R_x}{R_x+R_m}, \quad I = \frac{E}{R_T}$$

$$R_T = R + (R_x \parallel R_m) = R + \frac{R_x R_m}{R_x + R_m}$$

$$I_m = \left[\frac{E}{R + \frac{R_x R_m}{R_x + R_m}} \right] \cdot \frac{R_x}{R_x + R_m}$$

بنابراین مقدار جریان عبوری از گالوانومتر که مشخص کننده حرکت عقربه می باشد، به ازای هر مقدار از مقاومت مجهول R_x از رابطه ی فوق به دست می آید.

ب) اهم متر سری



مطابق شکل اهم متر سری از یک منبع ولتاژ داخلی E ، مقاومت محدود کننده ی جریان I_1 ، مقاومت متغیر تنظیم صفر اهم متر همراه با یک گالوانومتر که به طور سری با R_x بسته شده است. و به همین دلیل به آن اهم متر سری گفته می شود، تشکیل شده است. در اهم متر سری اگر $R_x = 0$ باشد، بیشترین جریان از منبع E کشیده می شود که با تنظیم مقاومت

متغیر R_2 انحراف تمام مقیاس گالوانومتر را ایجاد می کند . یعنی عقربه گالوانومتر تا انتهای سمت راست صفحه نمایش حرکت می کند .

اما چنانچه R_x برابر بی نهایت باشد ، ($R_x = \infty$) یعنی به جای R_x مدار باز قرار گیرد ، هیچ جریانی از منبع کشیده نمی شود . لذا عقربه دستگاه در انتهای سمت چپ صفحه باقی می ماند .

لذا صفر اهم متر سری انتهای سمت راست صفحه نماش است و بی نهایت آن انتهای سمت چپ صفحه نمایش می باشد و این عکس حرکت عقربه ی اهم متر موازی است. دلیل استفاده از مقاومت متغیر R_2 آن است که ولتاژ باتری در ابتدا کمی بیشتر از مقدار نامی آن بوده و با کارکرد مرتباً این ولتاژ کمتر می شود ، بنابراین برای آن که جریان عبوری از گالوانومتر ثابت بماند ، لازم است هر دفعه که می خواهیم مقاومت را اندازه بگیریم دو سیم را به هم اتصال می دهیم ، باید عقربه روی صفر اهم قرار گیرد که در صورت بالاتر یا پایین تر بودن عقربه می توان با استفاده از این مقاومت متغیر، صفر اهم را تنظیم نمود . یکی از مقادیری که می توان برای درجه بندی صفحه ی نمایش به جای R_x قرار دارد ، مقاومت انحراف نصف مقیاس می باشد . یعنی مقاومتی که به ازای آن عقربه تا وسط صفحه نمایش حرکت کند .

$$R_x = R_H \quad , \quad I_m = \frac{1}{2} I_{f.s}$$

$$\text{KCL : } I_1 = I_2 + I_m = \frac{V_m}{R_2} + I_m = \frac{I_m R_m}{R_2} + I_m$$

$$\rightarrow I_1 = I_m \left(1 + \frac{R_m}{R_2} \right)$$

$$R_H = R_1 + \frac{R_m R_2}{R_m + R_2} \quad : \text{مقاومت انحراف نصف مقیاس}$$

$$R_1 = R_H - \frac{R_m R_2}{R_m + R_2}$$

$$R_2 = \frac{I_{f.s} R_m R_H}{E - I_{f.s} R_H}$$

$$\rightarrow R_1 = R_H - \frac{I_{f.s} R_m R_H}{E}$$

مثال: در یک اهم متر سری حداکثر جریان گالوانومتر یک میلی آمپر و مقاومت داخلی آن ۲۴ اهم همراه با یک باتری داخلی ۳ ولت می باشد. اگر مقاومت انحراف نصف مقیاس $R_H = 2000$ اهم باشد. مطلوب است محاسبه:

الف) جریان باتری به ازای $R_x = 0$

ب) مقدار مقاومت های R_1 و R_2

الف)

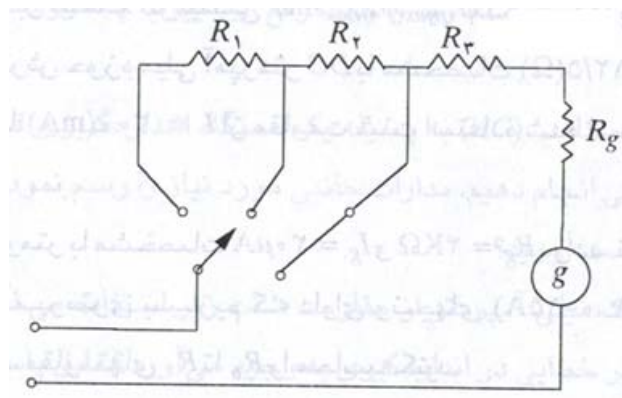
$$I_1 = \frac{E}{R_H} = \frac{3}{2000} = 1.5 \text{ mA}$$

ب)

$$R_2 = \frac{I_{f.s} R_m R_H}{E - I_{f.s} R_H} = \frac{1 \times 10^{-3} \times 24 \times 2000}{3 - 1 \times 10^{-3} \times 2000} = 48 \Omega$$

$$R_1 = R_H - \frac{R_m R_2}{R_m + R_2} = 2000 - \frac{24 \times 48}{24 + 48} = 1984 \Omega$$

مثال: یک گالوانومتر ۱۰۰ میلی آمپری با مقاومت داخلی ۱۰۰ اهم در اختیار داریم. می خواهیم جریان های ۳۰، ۵۰ و ۹۰ میلی آمپری. مطلوبست مقاومت شنت.

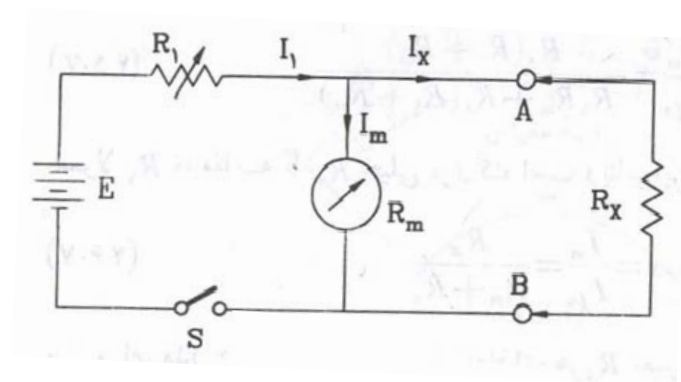


$$I_m = \frac{R_{sh}}{R_{sh} + R_m} I \rightarrow 10 = \frac{R_{sh1}}{100 + R_{sh1}} \times 30 \rightarrow R_{sh1} = 50 \Omega$$

$$10 = \frac{R_{sh2}}{100 + R_{sh2}} \times 50 \rightarrow R_{sh2} = 25 \Omega$$

$$10 = \frac{R_{sh3}}{100 + R_{sh3}} \times 90 \rightarrow R_{sh3} = 12.5 \Omega$$

مثال : در شکل زیر دستگاه اندازه گیری حساسی با جریان ۱۰ میلی آمپر و مقاومت داخلی ۵ اهم استفاده می شود . ولتاژ باتری برابر ۳ ولت می باشد این مدار به وسیله مقاومت شنت که به دو سر دستگاه وصل است ، گسترش می یابد . همچنین این دستگاه در شرایط نصف انحراف خود مقاومت ۵/۰ اهم را دارد . مطلوبست مقاومت شنت و مقدار مقاومت محدود کننده جریان



$$I_x = 0.5 I_{sh}$$

$$E_n = 5\text{mA} \times 5 \Omega = 25 \text{ mV}$$

$$I_x = \frac{25}{75} = 5 \text{ mA} \quad I_{sh} \neq I$$

$$R_{sh} = \frac{E_{sh}}{I_{sh}} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9} \Omega$$

$$I_t = I_m + I_{sh} + I_x = 50 + 45 + 50 \text{ mA}$$

$$3 \text{ v} - 25 \text{ mv} = 2.975 \text{ v} \quad R_1 = \frac{2.975 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 29.75 \Omega$$

مثال : اگر جریان مورد سنجش در مدار ۵۰۰ میلی آمپر و حداکثر جریان مجاز آمپر متر ۱۰۰ میلی آمپر می باشد . مطلوبست تعیین R_{sh} مربوطه ، در صورتیکه مقاومت داخلی آمپر متر ۵۰ اهم باشد . چنانچه جریان مدار ۴۰۰ میلی آمپر باشد آیا نیاز به تغییر R_{sh} می باشد ؟ جریان I_m و I_{sh} را محاسبه نمایید .

$$I_{sh} = 100\text{mA} , \quad I = 50 \text{ mA}$$

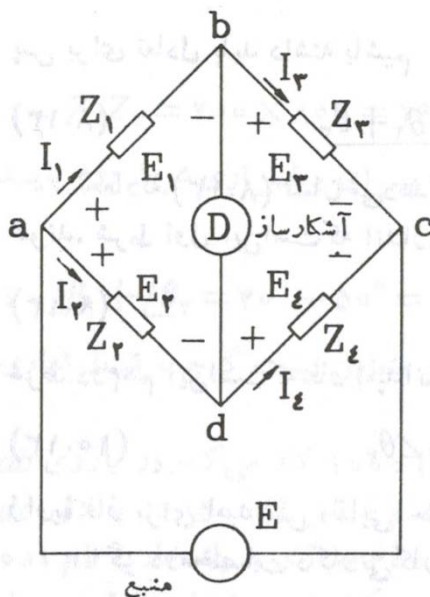
$$m = \frac{I}{I_{sh}} = 5 \rightarrow R_{sh} = \frac{R_m}{m-1} = \frac{50}{4} = 12.5\Omega$$

$$I_{sh} = I - I_m = 320 \text{ mA} \rightarrow I_m = \frac{12.5}{12.5+50} \times 400 = 80\text{mA}$$

فصل پنجم :
پل های اندازه گیری

پل های اندازه گیری AC وسیله ای برای اندازه گیری عناصر مجهول مانند مقاومت ، سلف ، خازن ، فرکانس و اندوکتانس متقابل بین دو سیم پیچ می باشد . در حالت کلی یک پل AC از سه بخش تشکیل شده است . بخش اول یک منبع AC می باشد . بخش دوم چهار بازوی پل است ، که چهار امپدانس مختلف در این بازوها قرار دارد . بخش سوم ، آشکار ساز می باشد که حالت تعادل پل را نشان می دهد . حالت تعادل پل زمانی برقرار می باشد که جریان از آشکار ساز عبور نکند . بر حسب آنکه مقدار فرکانس منبع AC در چه محدوده ای باشد از آشکار ساز های مختلف می توان استفاده نمود . چنانچه محدوده فرکانس تا حدود ۳۰۰ هرتز باشد از گالوانومتر استفاده می شود و اگر محدوده فرکانس بین حدود ۳۰۰ هرتز تا ۴ کیلو هرتز ، از آشکار سازهای صوتی استفاده شده و در صورتی که فرکانس منبع AC از ۴ کیلو هرتز بیشتر باشد از آشکار سازهای الکتریکی استفاده می شود .

آشکار ساز (Detector)



در حالت تعادل کل جریان عبوری از آشکار ساز برابر صفر می باشد یعنی ولتاژ نقطه b با نقطه d برابر می باشد . در این صورت داریم :

$$E_1 = E_2 \rightarrow I_1 Z_1 = I_2 Z_2$$

$$I_1 = I_3 , I_2 = I_4$$

$$I_1 = I_3 = \frac{E}{Z_1 + Z_3}$$

$$I_2 = I_4 = \frac{E}{Z_2 + Z_4}$$

$$\frac{E}{Z_1 + Z_3} \times Z_1 = \frac{E}{Z_2 + Z_4} \times Z_2$$

$$Z_1 Z_2 + Z_1 Z_4 = Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 \rightarrow Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

رابطه تعادل کل نشان می دهد که در حالت تعادل ، حاصلضرب بازوهای روبروی پل باهم برابر می باشند . اگر بجای امپدانس از ادمیتانس استفاده شود ، در حالت تعادل پل ، حاصلضرب ادمیتانس بازوهای روبروی پل باهم برابر می باشند :

$$Y_1 Y_4 = Y_2 Y_3$$

چنانچه امپدانس بازوهای پل در مختصات قطبی داده شده باشند ، در حالت تعادل پل داریم :

$$(Z_1 < \theta_1)(Z_4 < \theta_4) = (Z_2 < \theta_2)(Z_3 < \theta_3)$$

رابطه تعادل پل زمانی برقرار می باشد که حاصلضرب اندازه ها باهم برابر باشند و حاصل جمع زاویه ها نیز با هم برابر باشند . این دو رابطه تعادل باید همزمان برقرار باشند . یعنی :

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

$$< \theta_1 + < \theta_4 = < \theta_2 + < \theta_3$$

مثال : امپدانس چهار بازوی یک پل AC بصورت زیر داده شده است . آیا پل در حالت تعادل قرار دارد ؟

$$Z_1 = 400 < 50 \quad Z_4 = 400 < 20$$

$$Z_2 = 200 < 40 \quad Z_3 = 800 < -50$$

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \rightarrow 400 \times 400 = 800 \times 200 \quad \checkmark$$

$$< \theta_1 + < \theta_4 = < \theta_2 + < \theta_3 \rightarrow 50 + 20 = 40 - 50 \quad \times$$

چون حاصل جمع زاویه های امپدانس بازوی پل با هم برابر نمی باشد ، پل در حالت تعادل قرار ندارد .

اگر مختصات امپدانس بازوها بصورت دکارتی داده شده باشند یعنی :

$$Z = R + j x$$

در این صورت شرط تعادل پل را بصورت زیر می توان بررسی کرد .

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

$$(R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)$$

$$\rightarrow (R_1 R_4 - X_1 X_4) + j(R_1 X_4 + R_4 X_1) = (R_2 R_3 - X_2 X_3) + j(R_2 X_3 + R_3 X_2)$$

شرط آن که دو عدد مختلط باهم برابر باشند ، آن است که بطور همزمان قسمتهای حقیقی آنها باهم بوده و قسمتهای موهومی آنها نیز باهم برابر باشند . بنابراین در حالت تعادل باید دو شرط زیر همزمان برقرار باشد .

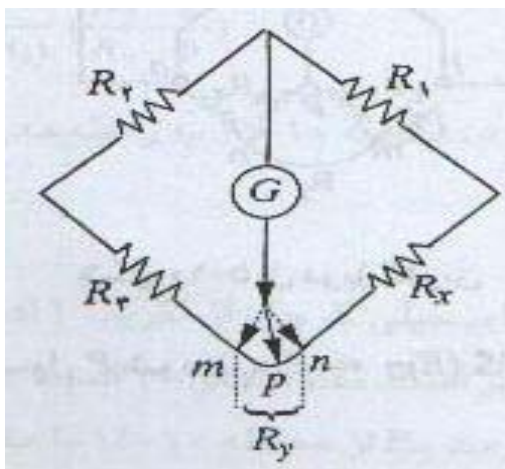
$$R_1 R_4 - X_1 X_4 = R_2 R_3 - X_2 X_3$$

$$R_1 X_4 + R_4 X_1 = R_2 X_3 + R_3 X_2$$

پل کلونین

پل کلونین شکل دیگری از پل وتستون است و دقت خیلی بیشتر در اندازه گیری مقاومت های کوچک (معمولاً کمتر از یک اهم) دارد . شکل زیر مدار یک پل کلونین را نشان می دهد . اگر گالوانومتر به نقطه m وصل شود مقاومت R_y به مقاومت مجهول R_x افزوده می شود و نهایتاً R_x بزرگ می شود و هر گاه گالوانومتر به نقطه n وصل شود ، مقاومت R_y به بازوی R_3 پل کلونین اضافه می شود ، در نتیجه مقاومت R_3 افزایش می یابد . حالا اگر گالوانومتر به

نقطه p وصل شود ، نسبت مقاومتهای از p تا n و از p تا m معادل با نسبت مقاومتهای R_1 و R_2 است یعنی :



$$\frac{R_{np}}{R_{mp}} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$R_x + R_{np} = \frac{R_1}{R_2} (R_3 + R_{mp})$$

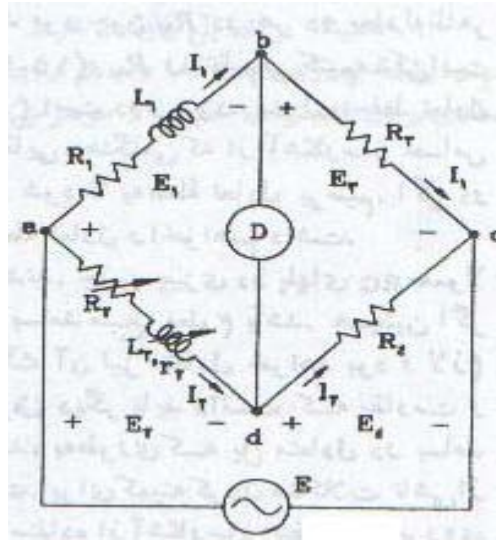
$$R_x + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) R_y = \frac{R_1}{R_2} \left[R_3 + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) R_y \right]$$

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3$$

اندازه گیری سلف مجهول

پل القائی ماکسول

در همه پل های AC برای اینکه پل در حالت تعادل قرار گیرد ، لازم است امپدانس یک یا دو بازوی آن بصورت متغیر باشد تا با تغییر آن بتوان پل را به حالت تعادل در آورد . در پل AC زیر برای حالت تعادل پل داریم :



$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

$$(R_1 + j\omega L_1) R_4 = (R_2 + j\omega L_2) R_3$$

$$R_1 R_4 + j\omega L_1 R_4 = R_2 R_3 + j\omega L_2 R_3$$

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad , \quad j\omega L_1 R_4 = j\omega L_2 R_3$$

$$L_1 = \frac{L_2 R_3}{R_4}$$

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$

از حل پل AC فوق در حالت تعادل چند نکته بصورت زیر نتیجه می شود :

۱ - همیشه برای تعادل ، دو معادله بدست می آید ، که باید این دو معادله بطور همزمان برقرار باشد .

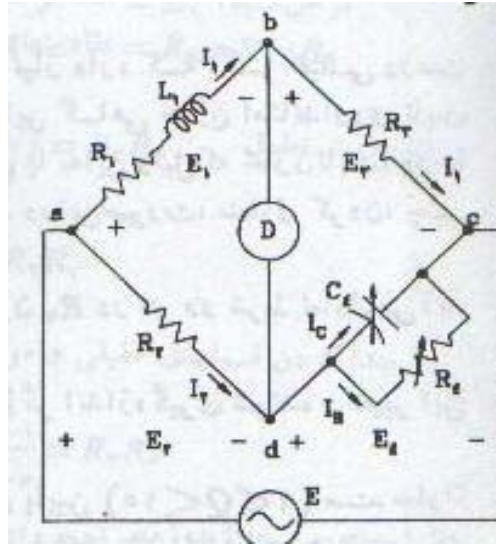
۲ - دو معادله پل به ما کمک می کند تا عناصر مجهول پل را در حالت تعادل محاسبه کنیم .

۳ - اگر از هر معادله تعادل ، یک عنصر مجهول بدست آید ، در این صورت معادلات پل از یکدیگر مستقل می باشند و محاسبات ساده تر است .

۴ - در پل AC فوق معادلات مستقل از فرکانس بوده و این مزیت پل های AC می باشد . زیرا نیازی به معلوم بودن مقدار دقیق فرکانس منبع مشخص باشد .

پل القا کنایی - ظرفیتی ماکسول

در این پل ، یک سلف در مقایسه با یک خازن متغیر استاندارد اندازه گیری می شود.



$$(R_1 + j\omega L_1) \left(\frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4} \right) = R_2 R_3$$

$$R_1 R_4 + j\omega L_1 R_4 = R_2 R_3 + j\omega C_4 R_2 R_3 R_4$$

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad L_1 = R_2 R_3 C_4$$

مزایای این پل عبارت است از :

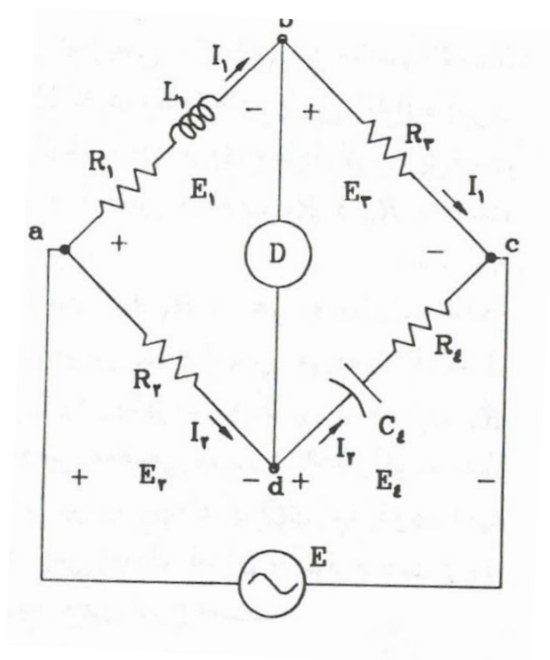
۱- اگر R_1 و R_2 را عناصر متغیر انتخاب کنیم معادله های تعادل مستقل می شوند .

۲- فرکانس در هیچ یک از دو معادله ظاهر نمی شود .

۳- پل ، عبارات ساده ای برای R_1 و R_2 بر حسب عناصر معلوم بدست می آید .

پل هی

در این پل هدف اندازه گیری سلف مجهول واقعی بازوی Z_1 در حالت تعادل می باشد .



$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

$$(R_1 + j\omega L_1) \left(R_4 + \frac{1}{j\omega C_4} \right) = R_2 R_3$$

$$(R_1 + j\omega L_1)(\omega R_4 C_4 - j) = R_2 R_3 \omega C_4$$

$$(\omega R_1 R_4 C_4 - \omega L_1) + j(-R_1 + \omega^2 L_1 R_4 C_4) = R_2 R_3 \omega C_4$$

$$\omega R_1 R_4 C_4 - \omega L_1 = R_2 R_3 \omega C_4$$

$$-R_1 + \omega^2 L_1 R_4 C_4 = 0$$

دو رابطه فوق از یکدیگر مستقل نمی باشند یعنی در هر دو معادله ، مقادیر مجهول بازوی Z_1

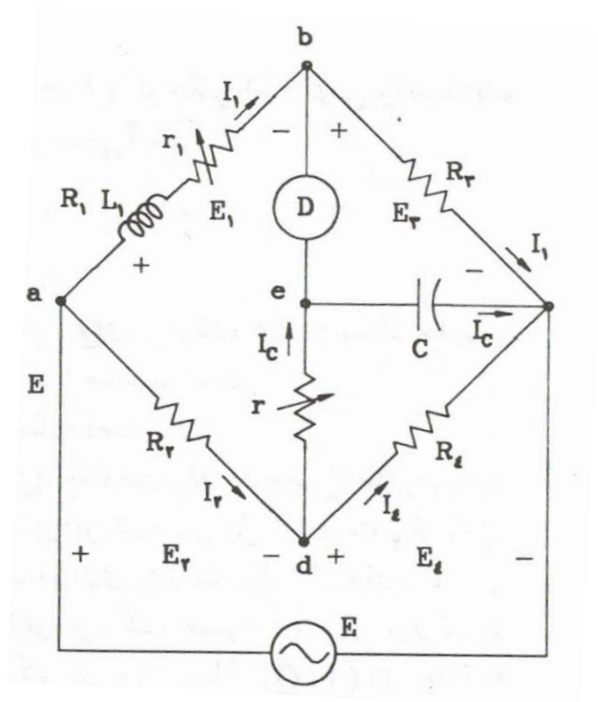
وجود دارد . بنابراین از طریق دو معادله دو مجهول امپدانس بازوی Z_1 را بدست می آوریم .

$$L_1 = \frac{R_2 R_3 C_4}{1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2}$$

$$R_1 = \frac{R_2 R_3 R_4 \omega^2 C_4^2}{1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2}$$

مقادیر مجهول بدست آمده در پل فوق به فرکانس منبع بستگی دارد .

پل آندرسون



برای پل فوق در حالت تعادل جریانی از آشکار ساز عبور نمی کند . در این پل باید روابط جریانی شاخه را بنویسیم ، سپس جریان ها را از روابط حذف نموده و قسمت های حقیقی و موهومی را باهم برابر قرار دهیم تا مقادیر مجهول بدست آید . در حالت تعادل پل داریم :

$$I_1 = I_3 \quad , \quad I_2 = I_C + I_4$$

$$I_1 R_3 = I_C \times \frac{1}{j\omega C} \rightarrow I_C = I_1 j\omega C R_3$$

$$I_C \left(r + \frac{1}{j\omega C} \right) = (I_2 - I_C) R_4 \quad , \quad I_1 (r_1 + R_1 + j\omega L_1) = I_2 R_2 + I_C r$$

با جاگذاری مقدار I_C داریم :

$$I_1 (r_1 + R_1 + j\omega L_1 - j\omega C R_2 r) = I_2 R_2$$

$$j\omega CR_3 I_1 \left(r + \frac{1}{j\omega C} \right) = (I_2 - I_1 j\omega CR_3) R_4$$

$$I_1 (j\omega CR_3 r + j\omega C R_3 R_4 + R_3) = I_2 R_4$$

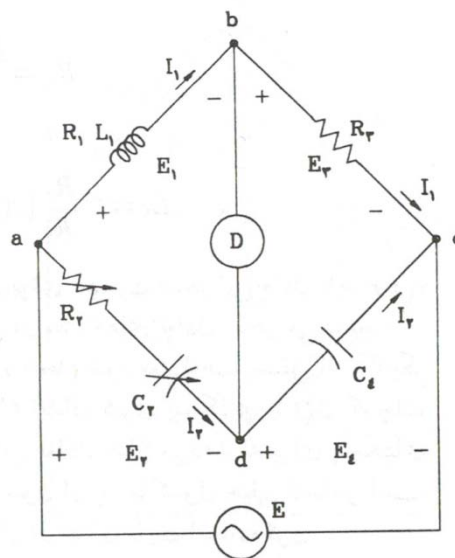
$$I_1 (r_1 + R_1 + j\omega L_1 - j\omega CR_3 r) = I_1 \left(\frac{R_2 R_3}{R_4} + \frac{j\omega CR_2 R_3 r}{R_4} + j\omega CR_2 R_3 \right)$$

با تفکیک قسمتهای حقیقی و موهومی و برابر قرار دادن آنها داریم :

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4} - r_1$$

$$L_1 = \frac{C R_3}{R_4} [r(R_4 + R_2) + R_2 R_4]$$

پل اوئن



$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

در حالت تعادل پل داریم:

$$(R_1 + j\omega L_1) \left(\frac{1}{j\omega C_4} \right) = \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) R_3$$

$$\frac{L_1}{C_4} + j \left(\frac{-R_1}{\omega C_4} \right) = R_2 R_3 - j \frac{R_3}{\omega C_2}$$

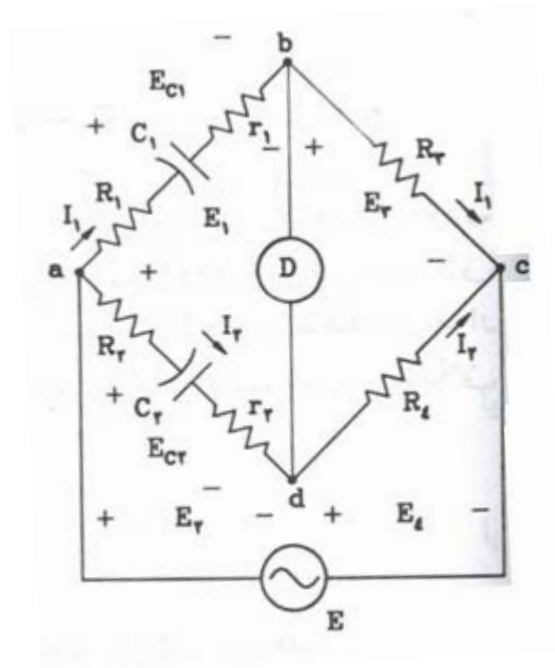
با برابر قرار دادن قسمتهای حقیقی و موهومی داریم :

$$\frac{L_1}{C_4} = R_2 R_3 \quad , \quad \frac{-R_1}{\omega C_4} = \frac{R_3}{\omega C_2}$$

$$L_1 = R_2 R_3 C_4$$

$$R_1 = \frac{R_3 C_4}{C_2}$$

پل کروور



در حالت تعادل پل داریم:

$$(r_1 + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}) R_4 = (R_2 + r_2 + \frac{1}{j\omega C_2}) R_3$$

$$(r_1 + R_1) R_4 + \frac{R_4}{j\omega C_1} = (R_2 + r_2) R_3 + \frac{R_3}{j\omega C_2}$$

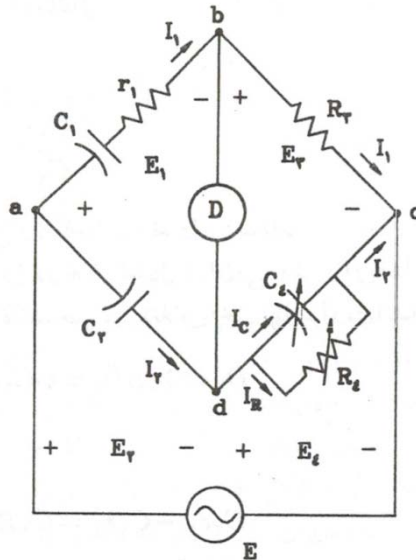
با برابر قرار دادن قسمت‌های حقیقی و موهومی داریم:

$$(r_1 + R_1) R_4 = (R_2 + r_2) R_3 \quad , \quad \frac{R_4}{C_1} = \frac{R_3}{C_2}$$

$$r_1 = \frac{(R_2 + r_2) R_3 - R_1 R_4}{R_4}$$

$$C_1 = \frac{R_4 C_2}{R_3}$$

پل شرینگ



$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

در حالت تعادل پل داریم:

$$\left(r_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) \left(\frac{1}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_2}\right) = \frac{1}{j\omega C_2} R_3$$

$$\left(r_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) R_4 = \frac{1}{j\omega C_2} R_3 (1 + j\omega C_2 R_4)$$

$$\left(r_1 - \frac{j}{\omega C_1}\right) R_4 = -j \frac{R_3}{\omega C_2} (1 + C_2 R_4)$$

$$r_1 R_4 - \frac{j}{\omega C_1} R_4 = -j \frac{R_3}{\omega C_2} + \frac{R_3 R_4 C_2}{C_2}$$

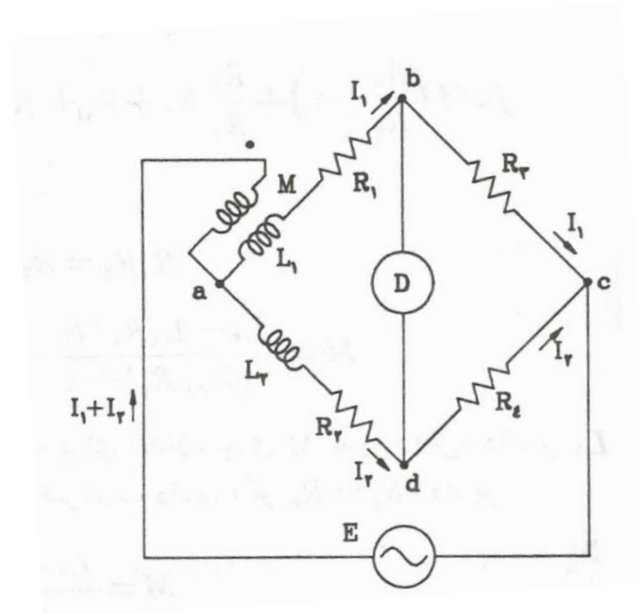
با برابر قرار دادن قسمت‌های حقیقی و موهومی داریم:

$$r_1 R_4 = \frac{R_3 R_4 C_2}{C_2}, \quad \frac{R_4}{\omega C_1} = \frac{R_3}{\omega C_2}$$

$$r_1 = \frac{R_3 C_2}{C_2}$$

$$C_1 = C_2 \frac{R_4}{R_3}$$

اندازه گیری اندوکتانس متقابل بین دو سیم پیچ



در حالت تعادل پل داریم : $I_1 = I_3 \rightarrow I_1 R_3 = I_2 R_4 \rightarrow I_1 = \frac{I_2 R_4}{R_3}$

$$(I_1 + I_2)j\omega M + I_1(R_1 + R_3 + j\omega L_1) = I_2(R_2 + R_4 + j\omega L_2)$$

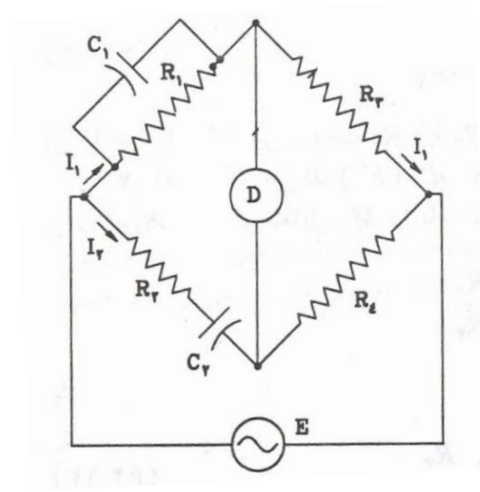
$$I_2\left(\frac{R_4}{R_3} + 1\right)j\omega M + I_2\frac{R_4}{R_3}(R_1 + R_3 + j\omega L_1) = I_2(R_2 + R_4 + j\omega L_2)$$

با تفکیک قسمتهای حقیقی و موهومی و برابر قرار دادن آنها ، مقدار M از رابطه زیر بدست می آید .

$$M = \frac{L_2 R_3 - L_1 R_4}{R_3 + R_4}$$

اندازه گیری فرکانس مجهول

پل وین



در حالت تعادل پل داریم:

$$\left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C_1} \right) R_4 = \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) R_3$$

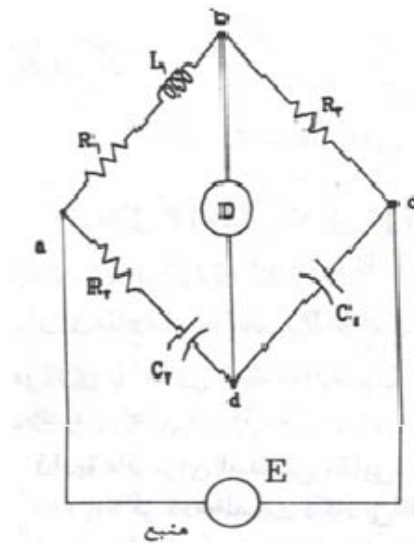
با تفکیک قسمتهای حقیقی و موهومی و برابر قرار دادن آنها در حالت تعادل بصورت زیر بدست می آید .

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}$$

$$\omega C_1 R_2 - \frac{1}{\omega R_1 C_2} = 0 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \rightarrow F = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

مثال : یک پل اوئن برای اندازه گیری خصوصیات یک نمونه ورقه فولادی در بسامد ۲ کیلو هرتز بکار رفته است . در تعادل بازوی ab شامل یک نمونه آزمایشی و بازوی bc دارای $R_3 = 100$ اهم ، بازوی cd دارای $C_4 = 0.1$ میکرو فاراد و بازوی da شامل $R_2 = 834$

سری با $C_2 = 0.124$ است. شرایط تعادل را بنویسید و امپدانس موثر نمونه آزمایشی شده را محاسبه نمایید.



در حالت تعادل پل داریم :

$$(R_1 + j\omega L_1) \left(\frac{1}{j\omega C_4} \right) = \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) R_3$$

$$L_1 = R_2 R_3 C_4 = 834 \times 100 \times 0.1 \times 10^{-6} = 8.34 \text{ mH}$$

$$R_1 = \frac{R_3 C_4}{C_2} = 100 \times \frac{0.1}{0.124} = 80.7 \, \Omega$$

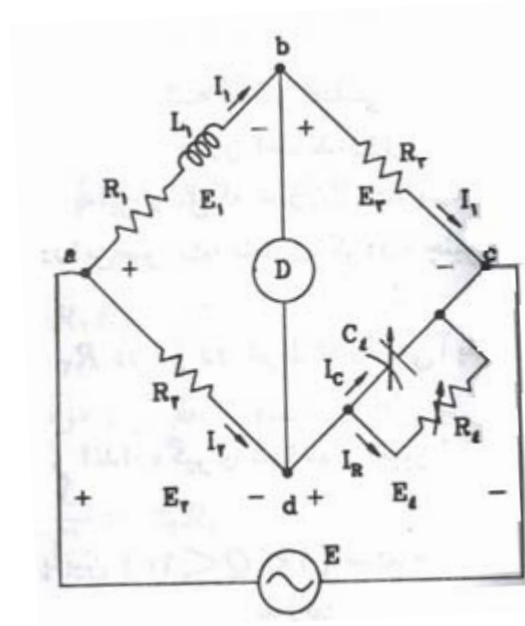
$$X_1 = 2\pi f L_1 = 2 \times 3.14 \times 2 \times 1000 \times 8.34 \times 10^{-3} = 104.5 \, \Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{(80.7)^2 + (104.5)^2} = 132 \, \Omega$$

مثال : برای اندازه گیری یک سلف مجهول در مقایسه با خازن پل ماکسول بکار رفته است در تعادل مقدار عناصر عبارتند از :

$$C_4 = 0.5 \, \mu\text{F} , \quad R_4 = 1000 \, \Omega , \quad R_3 = 600 \, \Omega , \quad R_2 = 400 \, \Omega$$

مقادیر R_3 و R_3 را حساب کنید. همچنین ضریب کیفیت Q را با فرکانس ۱۰۰ هرتز بیابید.



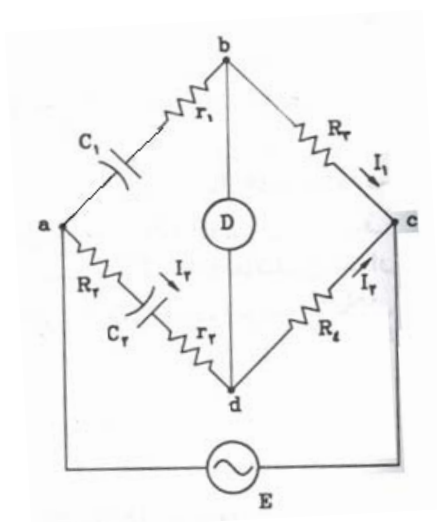
$$(R_1 + j\omega L_1) \left(\frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4} \right) = R_2 R_3$$

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4} = \frac{400 \times 600}{1000} = 240 \, \Omega$$

$$L_1 = R_2 R_3 C_4 = 400 \times 600 \times 0.5 \times 10^{-6} = 0.12 \, \text{H}$$

$$Q = \frac{\omega L_1}{R_1} = \frac{2\pi \times 1000 \times 0.12}{240} = 3.14$$

مثال : پل زیر مفروض است :



$$R_3 = 2000 \, \Omega , \quad R_2 = 4.8 \, \Omega , \quad R_4 = 2850 \, \Omega , \\ C_2 = 0.5 \, \mu f , \quad r_2 = 0.4 \, \Omega$$

مطلوبست مقادیر r_1 و C_1 و ضریب اتلاف D_1 :

$$\left(r_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) R_4 = \left(r_2 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) R_3$$

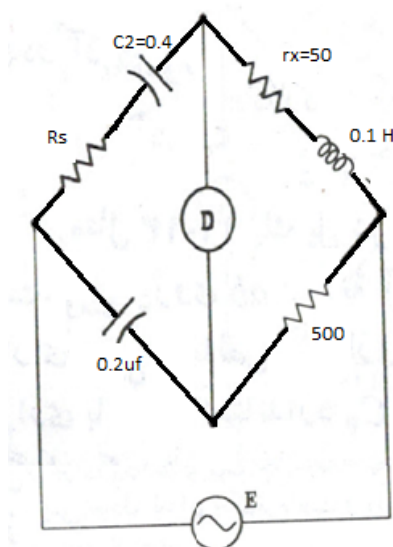
$$\rightarrow r_1 = (r_2 + R_2) \frac{R_3}{R_4}$$

$$\rightarrow r_1 = 0.4 + 4.8 \times \frac{2000}{2850} = 3.65 \, \Omega$$

$$C_1 = C_2 \frac{R_4}{R_3} = 0.5 \times \frac{2850}{2000} \times 10^{-6} = 0.712 \, \mu f$$

$$D_1 = \tan \theta_1 = \omega C_1 r_1 = 0.00734$$

مثال : آیا پل داده شده می تواند به حالت تعادل برسد در صورت مثبت بودن R_S را در حالت تعادل بدست آورید . همچنین r_x را به نحوی تعیین کنید که پل به تعادل برسد .
($f=5\text{KHz}$)



$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1} = -j \frac{1}{0.2 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 5} = -j318$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2} + R_S = -j159.1 + R_S$$

$$Z_3 = R_2 = 500 \Omega$$

$$Z_4 = j\omega L + r_x = j \times 0.1 \times 2\pi \times 5 \times 50 = j1570.8 + 50$$

$$Z_1 Z_4 \neq Z_2 Z_3 \text{ تعادل برقرار نیست}$$

$$Z_2 Z_3 = 500 R_S - j79550$$

$$Z_1 Z_4 = -j318 (r_x + j0.1 + 2\pi \times 5)$$

$$-j318 \times r_x = -j79550 \rightarrow r_x = 250.1 \Omega$$

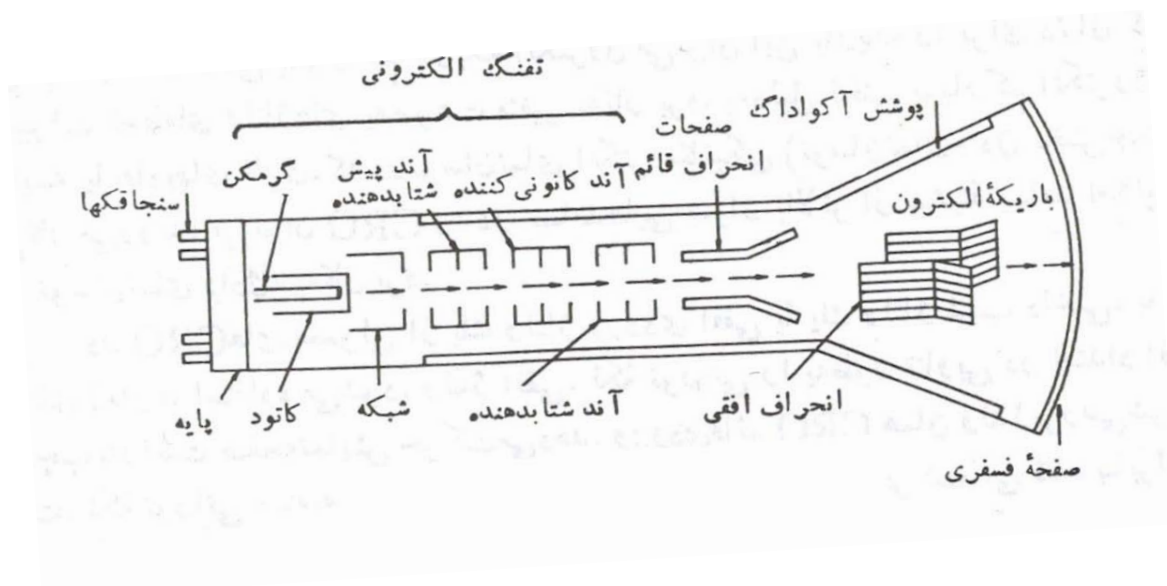
$$499260 = 500 R_S \rightarrow R_S = 998.5 \Omega$$

فصل ششم :

دستگاه اندازه گیری اسیلوسکوپ

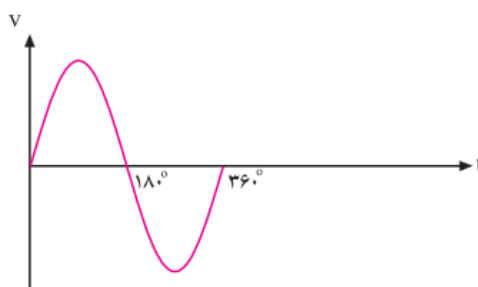
دستگاه اندازه گیری اسیلوسکوپ

اسیلوسکوپ یکی از مهمترین و انعطاف پذیرترین وسایل اندازه گیری می باشد . که برای اندازه گیری و نمایش شکل موج های ولتاژ ، جریان ، فرکانس ، اختلاف فاز و غیره مورد استفاده قرار می گیرد . اسیلوسکوپ دارای یک صفحه نمایش می باشد که محور عمودی آن بر حسب ولتاژ و محور افقی آن بر حسب زمان درجه بندی شده است . تفاوت اسیلوسکوپ های مختلف با هم شامل تعداد کانالها (منظور از تعداد کانالها تعداد شکل موجهایی است که بطور همزمان می توان روی صفحه اسیلوسکوپ مشاهده نمود .) همچنین محدوده فرکانس کار اسیلوسکوپ می باشد (منظور از محدوده فرکانسی حداکثر فرکانسی است که توسط آن دستگاه میتوان اندازه گیری را انجام داد .) برای کارهای معمولی رنج فرکانسی مورد استفاده معمولا بین ۱۰ تا ۱۰۰ مگا هرتز می باشد . در مدارهای مخابراتی به اسیلوسکوپ با فرکانس های بالاتر نیاز می باشد . برخی از اسیلوسکوپ ها دارای حافظه می باشند که شکل موج را داخل حافظه خود ذخیره میکنند . همچنین برخی از اسیلوسکوپ ها دارای قابلیت چاپ شکل موج می باشد . امروزه اسیلوسکوپ هایی که مورد استفاده قرار می گیرند ، بسمت اسیلوسکوپ های دیجیتالی جلو می روند . اسیلوسکوپ دارای یک لامپ پرتو کاندی میباشد که شکل زیر ساختمان آنرا نمایش می دهد .

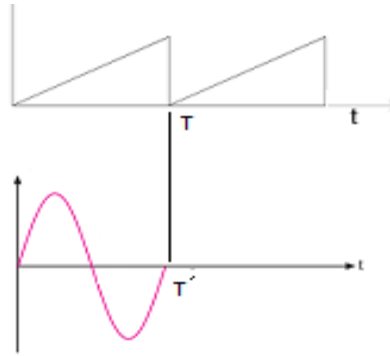


اسیلوسکوپ از یک لامپ پرتو کاتدی (CRT) تشکیل شده است و نحوه عملکرد آن بدین شرح می باشد که ابتدا بدلیل عبور جریان الکتریکی از سیم پیچ که در قسمت گرمکن قرار دارد سیم پیچ گرم میشود و سپس از خود الکترون ساطع می کند . الکترونها توسط یک میدان الکتریکی قوی شتاب می گیرند . شعاع الکترونی از میان صفحات انحراف دهنده عمودی و افقی عبور می کند . با اعمال ولتاژ به این صفحات ، شعاع الکترونی در جهت عمودی و افقی تحت تاثیر میدان الکتریکی قرار می گیرد تا به پشت صفحه نمایش که پوششی از فسفر روی آن قرار گرفته برخورد میکند و از خود نور ساطع می کند . بنابراین هنگامی که مثلا یک شکل موج سینوسی روی صفحه اسیلوسکوپ نمایش داده می شود ، این شکل موج از تعداد زیادی الکترون تشکیل شده که با فرمانهای منظم به پشت صفحه نمایش برخورد کرده و حالت پیوستگی به خود می گیرد .

نحوه تشکیل یک شکل موج سینوسی روی اسیلوسکوپ



فرض کنید می خواهیم شکل موج $\sin \omega t$ را که یک شکل موج پریودیک می باشد ، روی صفحه نمایش اسیلوسکوپ ظاهر کنیم . ویژگی شکل موج پریودیک آن است که بعد از گذشت زمان τ دوباره تکرار می شود . ابتدا دامنه شکل موج ورودی بسته به مقدار آن توسط تقویت کننده عمودی در ضریبی بزرگتر از یک ، برابر با یک و یا کوچکتر از یک ضرب شده و به صفحات انحراف دهنده عمودی که موقعیت الکترون ها در جهت عمودی روی صفحه نمایش مشخص می کند ، اعمال می شود و با توجه به مقدار پتانسیل اعمال شده به صفحات عمودی این الکترون ها ، فرمان لازم را جهت برخورد به صفحه نمایش از نظر عمودی دریافت می کنند . برای آنکه در جهت افقی نیز نقاط نورانی منحرف شود . یک موج دندانه اری مانند شکل زیر به صفحات انحراف دهنده افقی اعمال می گردد .

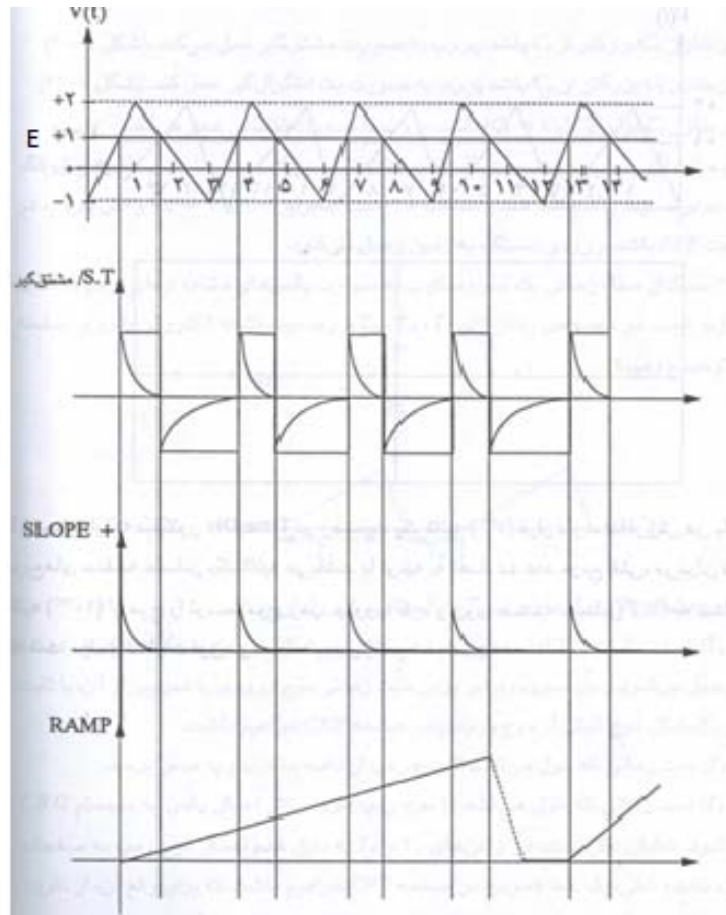


چنانچه مقدار T با مقدار T' برابر باشد فقط یک پریود از شکل موج اعمالی روی صفحه نمایش داده می شود و چنانچه $T' > T$ باشد ، فقط بخشی از شکل موج اعمالی روی صفحه نمایش داده می شود و اگر $T' < T$ باشد ، چند پریود از موج اعمالی روی صفحه نمایش داده می شود . برای آنکه شکل موج بدون حرکت روی صفحه اسیلوسکوپ داشته باشیم ، لازم است نسبت T به T' و یا نسبت T' به T یک عدد صحیح باشد .

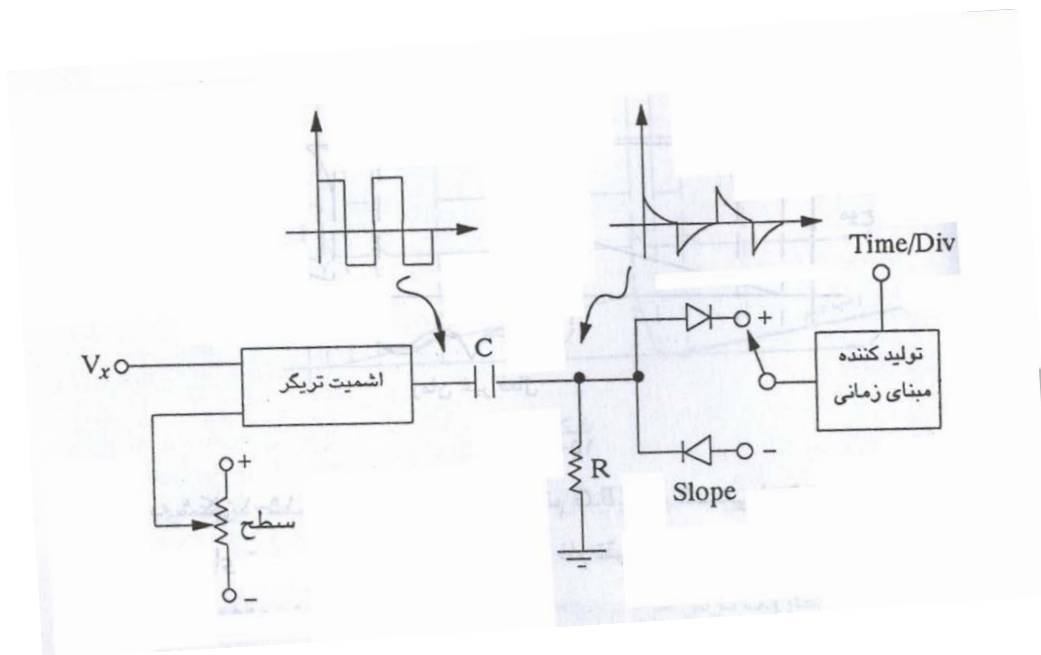
سیستم تریگر کننده

سیستم تریگر کننده ، پالس های دندانداره ای سنکرون (همزمان) با سیگنال ورودی ، برای فرمان صفحات انحراف دهنده افقی ، تولید می کند .

بدین منظور از شکل موج ورودی پالس های فرمان لازم برای ارسال به ژنراتور مبنای زمان ، جهت ساخت شکل موجهای دندانداره ای اعمال می شود . شکل زیر مراحل تولید موج دندانداره ای با ورودی مثلثی را نمایش می دهد .



امکان تغییر ولتاژ E در عمل روی اسیلوسکوپ توسط ولوم Level انجام می گیرد و با تغییر آن زمان شروع شکل موج قابل تغییر است. برخورد ولتاژ E با شکل موج ورودی توسط مدار اشمیت تریگر، پالسهای مربعی را روی شکل $V(t)$ ایجاد می کند. بدین صورت که هنگامی که شکل موج ورودی از مقدار E بیشتر شود، خروجی پالس مثبت شده و هنگامی که این ولتاژ از مقدار E کمتر شود این پالس منفی می شود. سپس شکل موج مربعی ساخته شده به یک مدار مشتق گیر داده می شود. خروجی مدار مشتق گیر سطح شکل دوم شکل فوق را ایجاد میکند. سپس این شکل موج به یک مدار یکسوساز نیم موج داده می شود که دو حالت عکس هم را دارا می باشد.



توسط کلید دو وضعیتی می توان پالسهای مشتق گرفته شده منفی یا مثبت را حذف نمود . در نهایت این پالس های فرمان به ژنراتور مبنای زمان (TBG) جهت ساخت شکل موج های دنداناره ای سنکرون با شکل موج ورودی جهت ارسال به صفحات انحراف دهنده افقی داده می شود .

با تغییر سطح ولتاژ E توسط ولوم Level روی اسیلوسکوپ می توان نقطه شروع شکل موج را تغییر داد . همچنین ممکن است گاهی شکل موج نمایش داده شده ، روی صفحه اسیلوسکوپ حرکت کند . این حالت زمانی ایجاد می شود که دامنه شکل موج ورودی کم بوده و با ولتاژ E برخورد داده نمی شود . در نتیجه موج مربعی و نتیجتاً موج دنداناره ای ساخته نمی شود . برای رفع این مشکل می توان با تنظیم ولوم Level برخورد را ایجاد نمود و شکل موج را ثابت کرد .

کلیدهای AC / DC / GND

اگر کلید فوق در حالت AC باشد ، اسیلوسکوپ فقط مقدار AC شکل موج را نشان می دهد و چنانچه شکل موج ورودی DC داشته باشد آنرا حذف می کند . اما اگر این کلید در حالت DC باشد مقدار AC و DC شکل موج را باهم نشان می دهد . چنانچه این کلید در حالت GND

باشد ورودی اسیلوسکوپ قطع شده و خط صفر را نمایش می دهد که برای تنظیم خط صفر روی محور افقی بکار گرفته می شود .

منابع تریگر

الف (Internal

چنانچه کلید در این وضعیت باشد ، موج دنداناره ای (پالس تریگر) از سیگنال ورودی به اسیلوسکوپ تشکیل می شود و بخش تریگر را فعال می کند . معمولاً اسیلوسکوپ در این حالت قرار دارد .

ب (Line

اگر کلید در این وضعیت باشد پالس تریگر توسط نمونه برداری از ولتاژ خط با فرکانس ۵۰ هرتز تهیه می گردد . این حالت زمانی مفید است که فرکانس موج ورودی یکی از هارمونیک های برق شهر یعنی $f = n \times 50 \text{ Hz}$ باشد .

پ (External

چنانچه کلید در این وضعیت باشد از یک شکل موج خارجی علاوه بر شکل موج ورودی از طریق ورودی External Input به اسیلوسکوپ اعمال می شود و از طریق منبع خارجی پالس تریگر اعمال می شود . این حالت زمانی مفید می باشد که شکل موج ورودی اصلی بسیار کم باشد و با تغییر Level مقدار ولتاژ E با آن برخورد نکند که در این حالت از این وضعیت استفاده می شود .

انتخاب حالت تریگر

الف (Auto

اگر کلید در این حالت باشد ، عمل فعالسازی صفحه نمایش بطور اتوماتیک صورت می گیرد و در صورتی که شکل موج ورودی نداشته باشیم ، خط صفر نشان داده می شود که معمولاً

اسیلوسکوپ را در این حالت قرار می دهیم تا بتوانیم با نمایش خط صفر آنرا در جای مناسب روی صفحه نمایش تنظیم کنیم .

ب (Normal

در این صورت عمل فعالسازی صفحه نمایش توسط شکل موج ورودی به اسیلوسکوپ انجام میشود . بنابراین هنگامی که شکل موج به اسیلوسکوپ داده میشود فعالسازی صورت گرفته و شکل موج نمایش داده می شود . اما هنگامی که موج ورودی نداشته باشیم هیچ شکل موجی حتی خط صفر نیز روی صفحه نمایش نشان داده نمی شود .

سلکتور (کلید چند حالت) Volt / DIV

با توجه به آن که توسط اسیلوسکوپ شکل موجهایی با دامنه چند میلی ولت تا حداکثر معمولاً ۴۰۰ ولت پیک را می توان روی آن مشاهده نمود . با توجه به این که خانه های عمودی صفحه اسیلوسکوپ هشت خانه میباشد ، بنابراین بسته به میزان دامنه ورودی شکل موج ، این ضریب باید در حالتی باشد که شکل موج از نظر دامنه واضح دیده شود . یعنی از بالا و پایین صفحه بیرون نرود . در این حالت برای اندازه گیری ولتاژ پیک تا پیک تعداد خانه های بالا تا پایین شکل موج را شمرده و در این ضریب ، ضرب می کنیم تا ولتاژ پیک تا پیک بدست آید .

اسیلوسکوپ مقدار ولتاژ پیک تا پیک شکل موج را نمایش می دهد . در حالیکه ولت متر AC مقدار موثر را اندازه می گیرد .

$$V_{rms} = \frac{V_{P-P}}{2\sqrt{2}}$$

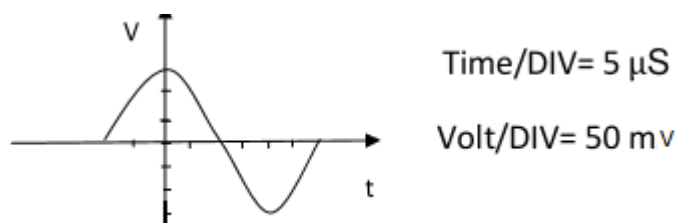
مثال : یک شکل موج سینوسی با دامنه ۱۰ ولت پیک تا پیک و با فرکانس ۱ کیلو هرتز روی صفحه اسیلوسکوپ نمایش داده شده است . اگر با ولت متر AC اندازه گیری شود چه عددی را نشان می دهد.

$$V_{rms} = \frac{10}{2\sqrt{2}} = 3.53 \text{ V}$$

سلکتور Time /DIV

با توجه به آنکه توسط اسیلوسکوپ می توان فرکانس های چند هرتزی تا حداکثر مقدار مشخص شده روی اسیلوسکوپ را اندازه گیری نمود . باتوجه به اینکه در جهت افقی ده خانه روی صفحه نمایش وجود دارد بنابراین این رنج باید در حالتی باشد که شکل موج از نظر محور افقی بسته به میزان فرکانس آن واضح دیده شود . یعنی حداقل یک پریود کامل شکل موج وجود داشته باشد و حداکثر از چند سیکل شکل موج بیشتر نباشد . در این حالت تعداد خانه ای اشغال شده توسط یک سیکل کامل شکل موج را شمرده و در رنج Time /DIV ضرب می شود که بدین صورت زمان شکل موج بدست می آید . اگر این زمان را عکس کنیم مقدار فرکانس شکل موج مشخص می شود . بنابراین رنج Time /DIV بسته به فرکانس شکل موج ورودی تغییر می کند .

مثال : اگر روی صفحه اسیلوسکوپ شکل زیر نمایش داده شود ، فرکانس و دامنه آنرا محاسبه نمایید .



$$F = \frac{1}{T} = \frac{1}{8 \times 5 \times 10^{-6}} = 25 \text{ KHz} , \quad V_{p-p} = 6 \times 50 \times 10^{-3} = 0.3 \text{ V}$$

برای شمارش تعداد خانه های یک سیکل شکل موج از هر نقطه ، تا نقطه مشاهده بعدی را می توان شمارش کرد ولی برای آنکه خطای اندازه گیری دید کم باشد خط صفر را روی محور وسط تنظیم نموده و اسیلوسکوپ را در حالت AC قرار می دهیم و از یک نقطه عبور از صفر تا یک نقطه مشاهده عبور از صفر بعدی را شمارش می کنیم .

اندازه گیری جریان یک مدار توسط اسیلوسکوپ

برای مشاهده و اندازه گیری شکل موج جریان هر مدار دلخواه ، مقاومتی را با مدار سری کرده و شکل موج ولتاژ دو سر آنرا با اسیلوسکوپ اندازه گیری می نماییم . حال با توجه به قانون اهم

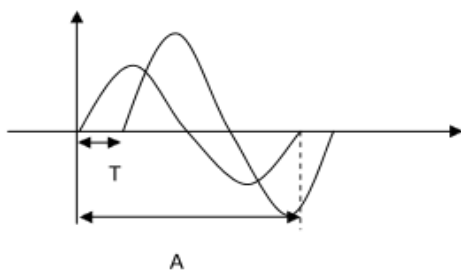
($I = \frac{V}{R}$) جریان بدست می آید . شکل موج ولتاژ دو سر مقاومت با شکل موج جریان آن از نظر نوع و فرکانس یکسان می باشد و فقط دامنه آن باید به مقاومت تقسیم شود .

اندازه گیری اختلاف فاز دو شکل موج

برای اندازه گیری اختلاف فاز لازم است دو شکل موج بطور هم زمان به اسیلوسکوپ اعمال شود . اندازه گیری اختلاف فاز به دو روش انجام می شود.

الف) اندازه گیری اختلاف فاز به روش هم زمانی

ابتدا خط صفر دو کانال را روی محور افقی بطور دقیق تنظیم می کنیم ، سپس هر دو کانال را در حالت AC قرار داده و دو شکل موج را به آن اعمال می کنیم . برای اندازه گیری اختلاف فاز به روش هم زمانی دوره تناوب یکی از شکل موجها را شمرده که برابر ۳۶۰ درجه می باشد . سپس مقدار اختلاف بین دو شکل موج را مشخص می کنیم و از طریق تناسب اختلاف فاز را بدست می آوریم .

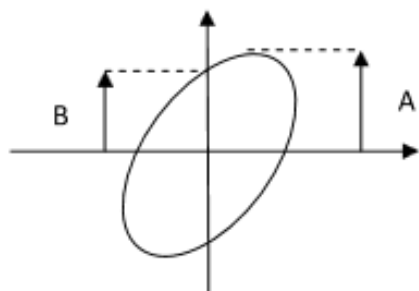


$$\frac{A}{T} = \frac{360}{\varphi} \rightarrow \varphi = 360 \times \frac{T}{A}$$

ب) اندازه گیری اختلاف فاز با استفاده از منحنی های لیسازور

در این روش کلید های $X - Y$ روی اسیلوسکوپ را زده سپس دو کانال را در حالت GND قرار می دهیم در این صورت یک نقطه نورانی ظاهر می شود . ابتدا توسط ولوم Inten شدت نور اسیلوسکوپ را کم کرده و توسط ولوم های ver-pos و hor-pos نقطه نورانی را در

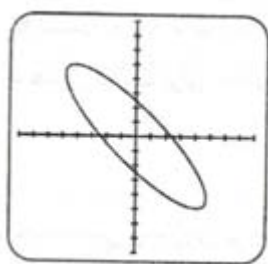
وسط صفحه نمایش تنظیم کرده و هر دو کانال را در حالت AC قرار می دهیم و دو شکل موج را به آن اعمال می کنیم . در این صورت یک منحنی بیضی شکلی رو ی صفحه ظاهر می شود که مطابق شکل زیر اختلاف فاز را اندازه گیری و محاسبه می نماییم .



$$\varphi = \sin^{-1} \frac{B}{A}$$

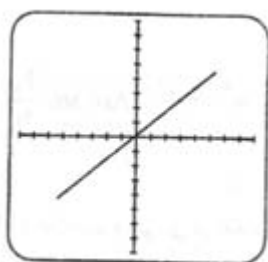
حالت های خاص منحنی لیسازور

- ۱



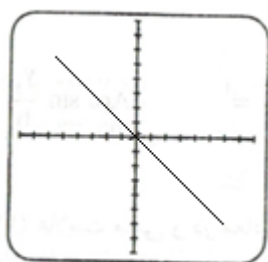
$$\varphi = 180 - \sin^{-1} \frac{B}{A}$$

- ۲

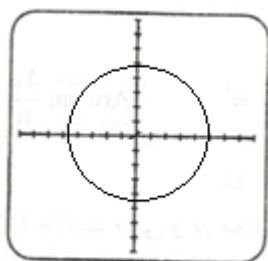


$$\varphi = 0$$

- ۳



$$\varphi = 180$$



$$\varphi = \sin^{-1} 1 = 90$$

از منحنی های لیسازور می توان برای مشاهده منحنی مشخصه المانها (مانند دیود) و همچنین منحنی خروجی بر حسب ورودی نیز استفاده کرد .

اسیلوسکوپ های چند کاناله و تکنیک Alt و Chopping

در کارهای آزمایشگاهی و تحقیقاتی لازم می شود که دو یا چند شکل موج بصورت هم زمان روی صفحه اسیلوسکوپ مشاهده نمود . بنابراین لازم است از اسیلوسکوپ های چند کاناله استفاده کنیم که اصول کار این اسیلوسکوپ ها به دو شکل می تواند عمل نماید :

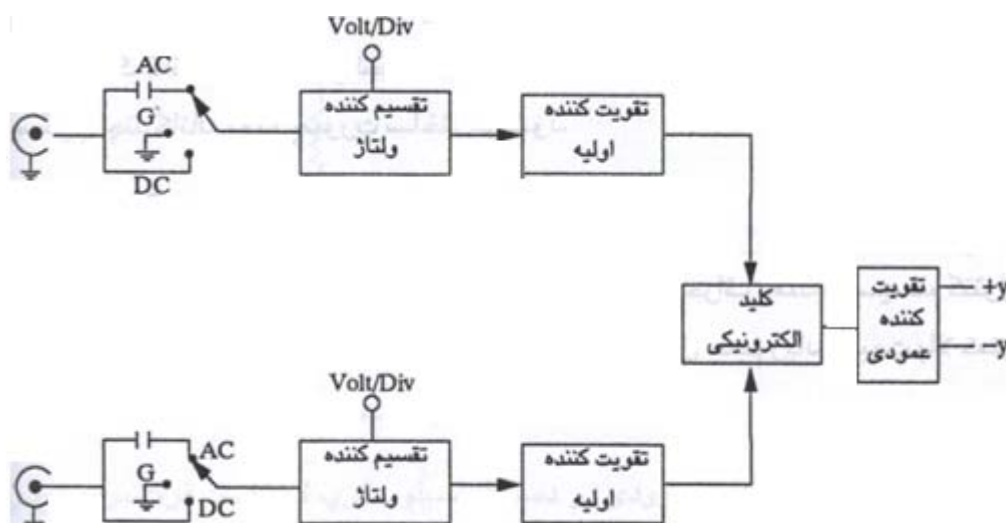
۱- اسیلوسکوپ دو کاناله با دو منبع تولید الکترون :

در این اسیلوسکوپ ها دو منبع تولید برای کانالهای ۱ و ۲ وجود دارد که این الکترون ها بطور مجزا تولید شده و آند شتاب دهنده به آنها شتاب لازم را می دهند . سپس صفحات انحراف دهنده عمودی و افقی مجزا موقعیت آنها را بر روی صفحه نمایش مشخص می کند که نهایتا این الکترون ها به یک صفحه نمایش بر خورد نموده و دو شکل موج مشاهده می شود . این اسیلوسکوپ ها از نظر هزینه گرانتر می باشند و دارای حجم و وزن بیشتری بوده که در عمل کمتر استفاده می شوند .

۲- اسیلوسکوپ های چند اثری :

اسیلوسکوپ های چند اثری دو کاناله دارای پرتو کاتدی ، صفحات انحراف دهنده و صفحه حساس مشترکی است و در عمل کاربرد بیشتری دارد . برای مشاهده شکل موج ها روی صفحه نمایش از دو تکنیک Alt و Chopping استفاده می شود .

تکنیک Alt :



در این روش کلید الکترونی بدین صورت عمل می کند که در موج دنداناره ای اول شکل موج کانال ۱ را ارسال نموده و در موج بعدی شکل ورودی کانال ۲ را به صفحه نمایش ارسال می کند . در صورتی که فرکانس شکل موج ها زیاد باشد ، اثر شکل موج کانال ۱ تا آمدن شکل موج کانال ۲ از نظر چشم ما روی اسیلوسکوپ وجود دارد ، زیرا در چشم اگر تعداد تغییرات جلوی آن بیش از حدود ۲۰ حرکت در ثانیه باشد ، آنرا بصورت پیوسته می بیند . اما اگر در این روش فرکانس شکل موج ورودی خیلی کم باشد (کمتر از ۱۵ هرتز) آنگاه مشاهده می شود که در هر زمان یکی از شکل موج ها روی صفحه اسیلوسکوپ وجود دارد و مناسب نیست . لذا از این روش برای حالتی که فرکانس شکل موج های ورودی زیاد باشد ، استفاده می شود.

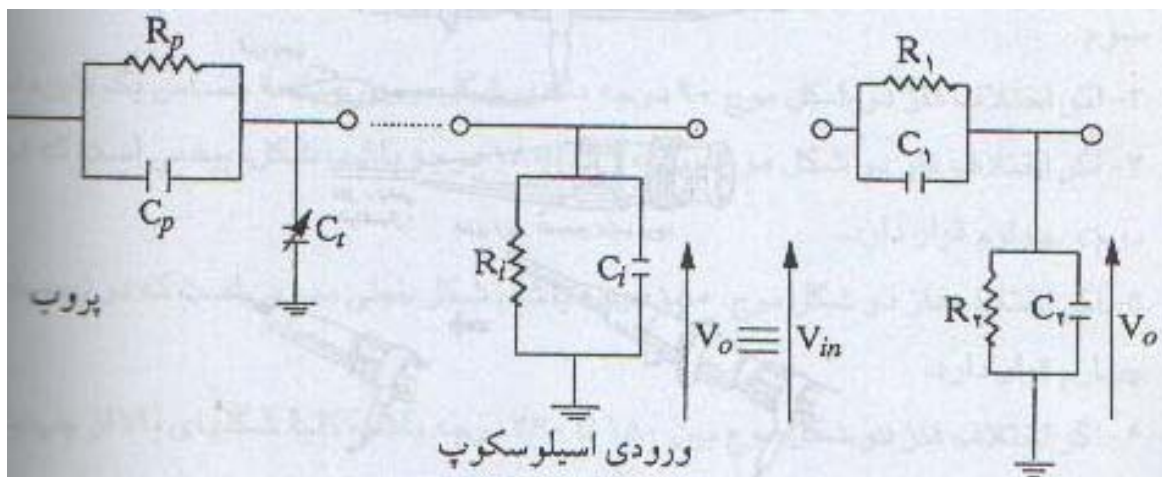
تکنیک Chopping

اگر شکل ورودی اسیلوسکوپ دارای فرکانس کم باشد و نتوانیم توسط تکنیک Alt دو شکل موج را بطور همزمان واضح ببینیم از این روش استفاده می شود . در این روش کلید الکترونی بصورتی عمل میکند که یک بخشی از شکل موج کانال ۱ و یک بخشی از شکل موج کانال ۲ را ارسال می کند . چنانچه در این روش فرکانس کم باشد ، تعداد همونه های کانال ۱ و ۲ که روی صفحه اسیلوسکوپ ظاهر می شوند بسیار زیاد است و شکل موج تقریباً پیوسته دیده می شود . اما در این روش اگر فرکانس خیلی زیاد باشد ، زمان شکل موج کم بوده و در نتیجه

نمونه ها در هر سیکل کم می شود . بنابراین شکل موج بصورت بریده بریده روی صفحه نمایش داده می شود .

پروب اسیلوسکوپ

امپدانس ورودی اسیلوسکوپ زیاد است . بنابراین نویزهای کوچک با جریان کم هنگامی که در این امپدانس بزرگ ضرب می شود ولتاژ قابل ملاحظه ای را بوجود می آورد که روی شکل موج اصلی تاثیر می گذارد . برای حذف نویزهای فوق مخصوصا در فرکانس های بالا از سیم رابطی بنام پروب که از کابل کواکسیال ساخته شده است ، استفاده می شود . اسیلوسکوپ بطور موازی به مدار وصل می شود و برای آنکه اندازه گیری خطای کمتری داشته باشد باید تا حد امکان امپدانس ورودی زیاد باشد .



در پروب یک مدار RC قرار دارد که در قسمت ورودی بطور متغیر می توان توسط پیچ تنظیم آنرا کالیبره کرد . شکل فوق یک مدار کامل پروب را نشان می دهد.

$$V_o = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_{in}$$

$$V_o = \frac{R_2 (1 + R_1 C_1 S)}{R_1 (1 + R_2 C_2 S) + R_2 (1 + R_1 C_1 S)} V_{in}$$

اگر $R_1 C_1 = R_2 C_2$ باشد ، که این کار با تنظیم پیچ پروب صورت می گیرد .

$$V_O = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}$$

چنانچه $R_1 C_1 > R_2 C_2$ باشد ، شکل موج ورودی به اسیلوسکوپ حالت انتگرال گیر پیدا نموده و در صورتی که $R_1 C_1 < R_2 C_2$ باشد ، شکل موج حالت مشتق گیر به خود میگیرد . همچنین روی اسیلوسکوپ یک کلید چند حالتی وجود دارد که اگر این کلید در حالت $\times 1$ باشد عین شکل موج ورودی به اسیلوسکوپ منتقل می شود و چنانچه این کلید در حالت $\times 10$ باشد دامنه شکل موج بر ۱۰ تقسیم می شود . چنانچه این کلید در حالت REF باشد ورودی پروب اسیلوسکوپ قطع می شود .

فصل هفتم :
دستگاه اندازه گیری دیجیتال

دستگاه اندازه گیری دیجیتال

برخلاف دستگاههای اندازه گیری آنالوگ ، دستگاههای اندازه گیری دیجیتال مقدار کمیت مورد سنجش را بصورت غیر پیوسته اندازه گیری می کنند . از این رو در دستگاههای دیجیتال خطاهای انسانی کاهش می یابد . دستگاههای اندازه گیری دیجیتال در مقایسه با دستگاههای اندازه گیری آنالوگ از دقت عمل بالاتری برخوردارند . همچنین خیلی از دستگاههای دیجیتال دارای آی سی های حافظه دار می باشند که کمیت اندازه گیری شده را ثبت میکند . از طرف دیگر ، خروجی این دستگاهها کاملاً مناسب برای استفاده در سیستم های ثبت کننده دیجیتالی بوده و از آنجایی که این خروجی قبل از مرحله ارسال به قسمت نمایشگر بصورت اعدادی در مبنای دو می باشد لذا می توان دستگاه اندازه گیری دیجیتال را مستقیماً به کامپیوتر وصل کرد و تجزیه و تحلیل لازم در خصوص نتایج حاصل اندازه گیری را مستقیماً به کمک کامپیوتر انجام داد . دستگاههای اندازه گیری دیجیتال دارای باتری می باشند ولی دستگاههای اندازه گیری آنالوگ به جز اهم متر دارای باتری داخلی نمی باشند . دستگاههای اندازه گیری دیجیتال معمولاً گران قیمت تر از دستگاههای مشابه آنالوگ می باشند . یکی دیگر از مزیت های دستگاه اندازه گیری دیجیتال نسبت به آنالوگ حجم کمتر دستگاه بدلیل استفاده از مدارات الکترونیکی و آی سی ها می باشد که حمل آنها را نیز راحتتر می کند .

صفحه نمایش

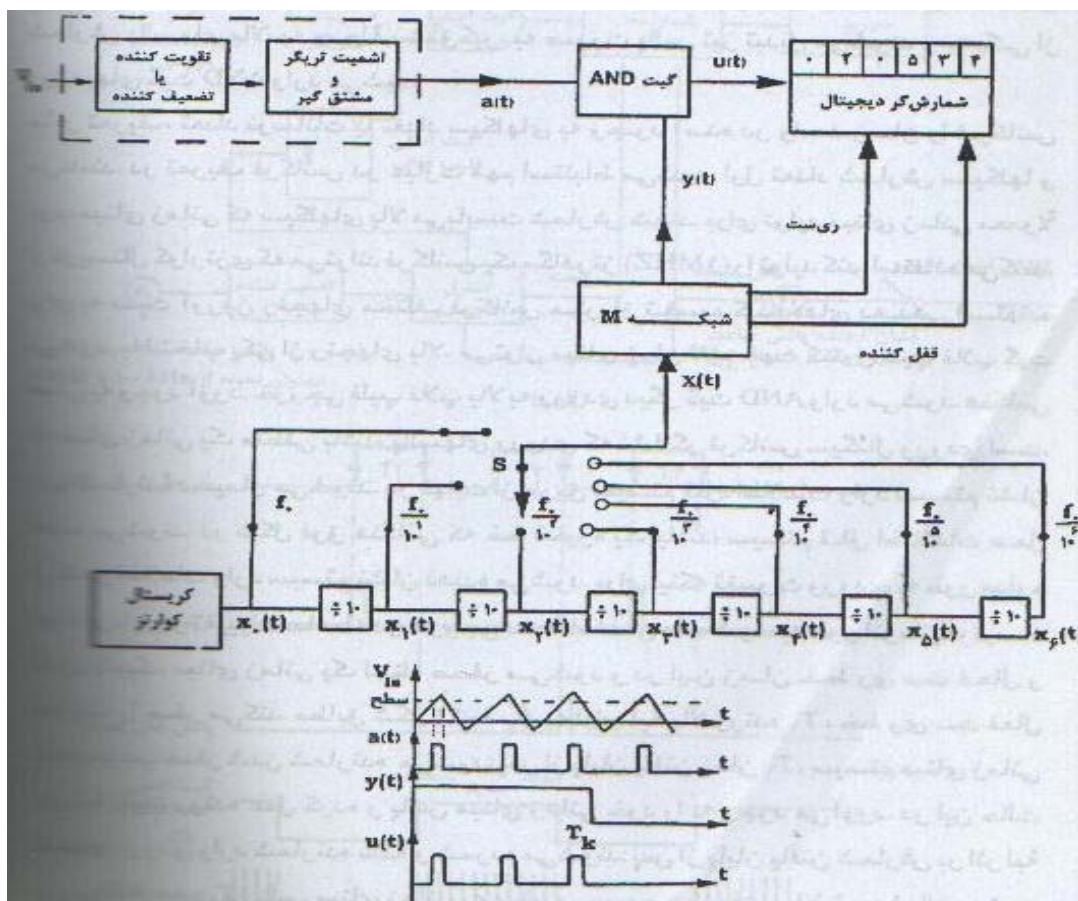
- شمارنده های الکترونیکی قدیمی با استفاده از یک ستون ده لامپی که دارای نور سفید برای هر رقم بود مورد استفاده قرار می گرفت و در این حالت دیکودر ، اطلاعات خطوط را بصورت *BCD* در می آورد و لامپ مورد نظر را روشن می کرد .
- وسایل دیجیتالی مدرن برای نمایش از سون سگمنت استفاده می کنند . این صفحه نمایش از هفت *LED* تشکیل شده که با ارسال پالس به هر کدام از آنها از صفر تا نه ارقام دسیمال ساخته می شود . صفحه نمایش سون سگمنت را با توجه به *LED* ها در رنگهای مختلف می سازند.

- صفحه نمایش دیگری بنام صفحه نمایش کریستال مایع وجود دارد که به رنگ خاکستری مایل به سیاه و یا خاکستری روشن است و دارای توانایی نمایش هر حرف ، عدد یا دستگاه گرافیک در صفحه نمایش می باشد . یکی از مزایای صفحه نمایش کریستال مایع به خاطر مصرف کم جریان آن می باشد .

فرکانس متر دیجیتالی

وظیفه فرکانس متر شمارش تعداد دفعات بروز یک پدیده در یک مدت زمان مشخص می باشد . لذا دارای یک سیستم شمارش گر جهت تعیین دفعات و یک وسیله جهت مشخص کردن دقیق زمان می باشد . امروزه اندازه گیری دقیق زمان مسئله دشواری نیست زیرا ساعتهای اتمی دارای صحتی معادل با حدودا ۱۰۰ میکرو ثانیه در ۲ سال می باشند . فرکانس مترهای دیجیتالی معمولا از نوسان سازهای کریستالی استفاده می کنند که بر اساس ابعاد کریستال ، فرکانسهای مختلفی ایجاد می کنند .

شکل زیر بلوک دیاگرام فرکانس متر دیجیتالی را نشان می دهد .



با توجه به اینکه سیگنال ورودی با فرکانس مجهول می تواند دامنه ای از چند میلی ولت تا چند صد ولت را دارا باشد . لذا این سیگنال ابتدا از یک مدار تقویت یا تضعیف کننده عبور داده می شود بدون آنکه در فرکانس آن تغییری ایجاد نماید . سپس سیگنال به یک مدار اشمیت تریگر (مقایسه کننده ولتاژ) و یک مدار مشتق گیر ارسال میشود بدین ترتیب یک سیگنال ($a(t)$ شکل فوق) هم فرکانس با سیگنال ورودی بوجود می آید این قسمت از فرکانس متر را اصطلاحاً مدارهای شکل دهنده موج ورودی می نامند .

نوسان ساز کریستال که معمولاً دارای فرکانسی برابر یک مگا هرتز است به منزله استاندارد فرکانس در سیستم بوده و خروجی آن توسط تقسیم کننده های فرکانس که شامل مدارات منطقی می باشد ، بطور مرحله ای به فرکانس های پایین تر تقلیل داده می شود . اگر کریستالی انتخاب نماییم که فرکانس خروجی آن برابر یک مگا هرتز باشد و خروجی آنرا از شش تقسیم کننده متوالی ، با خروجی مستقل برای هر کدام عبور دهیم ، در صورتیکه کلیه تقسیم کننده ها عمل تقسیم را انجام دهند فرکانسهای ۱ هرتز ، ۱۰ هرتز ، ... ، ۱۰۰ کیلو هرتز و یک مگا هرتز را می توان توسط کلید S انتخاب نمود . فرکانس انتخاب شده توسط کلید S به شبکه M داده می شود . این شبکه در خروجی خود پالس مثبتی به پهنای معادل با یک پریود سیگنال ورودی خود ایجاد می کند . اگر پهنای این پالس را T_K بنامیم خواهیم داشت :

$$T_K = \frac{1}{F_0/10^K} = \frac{10^K}{F_0}$$

در رابطه فوق $F_0 = 1$ مگا هرتز و $0 \leq K \leq 6$ می باشد .

خروجی شبکه M و خروجی مدارهای شکل دهنده به یک گیت AND داده می شود . با توجه به اینکه عدد نشان داده شده در شمارشگر معرف تعداد پالسهای است که از مدار شکل دهنده موج ورودی در مدت زمان معین T_K خارج شده لذا در حقیقت شمارشگر تعداد سیکل های موج ورودی را در مدت زمان T_K شمرده است . اگر این شمارشگر برابر n باشد داریم :

$$n = f_{\text{input}} \times T_K$$

اگر فرکانس نوسان ساز کریستالی یک مگا هرتز و K برابر ۶ باشد خواهیم داشت $\frac{10^K}{F_0} = 1$ به عبارت دیگر عدد نشان داده شده توسط شمارشگر برابر فرکانس ورودی خواهد شد . در عمل شبکه M را طوری طراحی می کنند که امکان تکرار عمل اندازه گیری یک فرکانس وجود داشته باشد . بدین منظور پس از گذشت t ثانیه از اتمام عمل اندازه گیری ، نخست شمارشگر دیجیتال با فرمانی که دریافت می کند صفر شده و همزمان با آن شبکه M پالس مثبت دیگری مشابه پالس قبلی تولید می کند .

ولت‌متر دیجیتالی (DVM)

ولت متر های آنالوگ از مکانیزم قاب گردان به عنوان وسیله نمایش دهنده استفاده می کنند . اما ولت‌مترهای دیجیتالی خروجی آنها بصورت دیجیتالی و غیر پیوسته می باشد که از مزایای بیشتری برخوردار می باشد . اگرچه ولت‌متر های دیجیتالی را فقط می توان جهت کار با سیگنالهای DC طرح نمود ولیکن به راحتی می توان این دستگاه را تعمیم داد جهت اندازه گیری سیگنالهای متناوب و همچنین با انتخاب ترانس دیوسر های مناسب ، گیت های غیر الکتریکی از قبیل درجه حرارت ، فشار ، سرعت و ... را نیز با صحت عملی بالاتر از آنچه که دستگاههای آنالوگ می توانند بسنجند قادر است اندازه گیری نماید .

برخی از امتیازات ، مشخصات و قابلیت های DVM به شرح زیر می باشد :

۱ - نمایش نتیجه انداگیری بصورت اعدادی با ممیز می باشد که این باعث کاهش خطاهای انسانی می شود .

۲ - دقت عمل بالا ، خطای این دستگاه را می توان تا ۰/۰۰۱ درصد نیز کاهش داد.

۳ - حساسیت بسیار بالا

۴ - مقاومت ورودی بسیار بالا

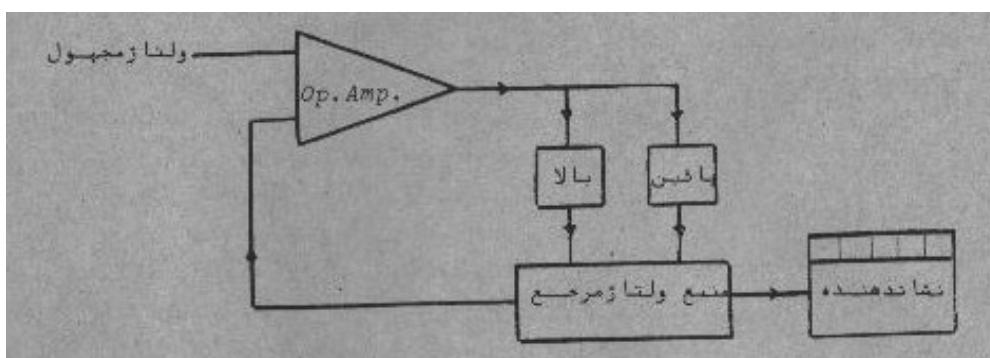
۵ - سرعت عمل بالا

۶ - تغییر رنج دستگاه بصورت اتوماتیک

۷ - خروجی الکتریکی که باعث می شود تا اطلاعات اندازه گیری شده را به کامپیوتر انتقال داد.

۸ - کنترل از راه دور به نحوی که میتوان کلیه عملیات یک DVM را از راه دور کنترل نمود .

اساس کار ولت‌متر های دیجیتالی بر مبنای مقایسه ولتاژ مجهول با یک ولتاژ مرجع می باشد . این عمل مقایسه ممکن است بصورت دستی یا اتوماتیک انجام شود . شکل زیر بلوک دیاگرام یک *DVM* که عمل مقایسه را بصورت اتوماتیک انجام می دهد ، نشان می دهد .

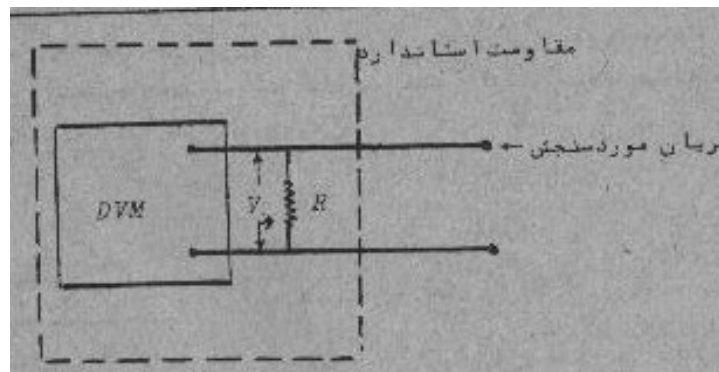


بر حسب اینکه ولتاژ مرجع بزرگتر یا کوچکتر از ولتاژ مورد سنجش باشد ، خروجی تقویت کننده مثبت یا منفی میگردد . مقدار خطا (تفاوت بین ولتاژ مرجع و ولتاژ مورد سنجش) از طریق یکی از کانالهای ارتباطی بالا یا پایین ، با توجه به اینکه تفاضل مورد نظر مثبت یا منفی باشد به منبع ولتاژ مرجع اعمال شده و این منبع با کم یا زیاد کردن سطح ولتاژ خروجی آن برابری بین دو ولتاژ ورودی تقویت کننده را تامین می نماید (حالت تعادل) . بدیهی است که چون در این وضعیت سطح ولتاژ منبع مرجع برابر سطح ولتاژ مجهول گشته لذا با ارسال مقدار ولتاژ مرجع به قسمت نشان دهنده ، مقدار ولتاژ مجهول را از روی آن می توان قرائت کرد . ایجاد تعادل بین ولتاژ داخلی *DVM* و ولتاژ مجهول در کلیه ولت‌مترهای دیجیتالی را می توان بعنوان یک اصل بنیادی در عملکرد آنها به حساب آورد .

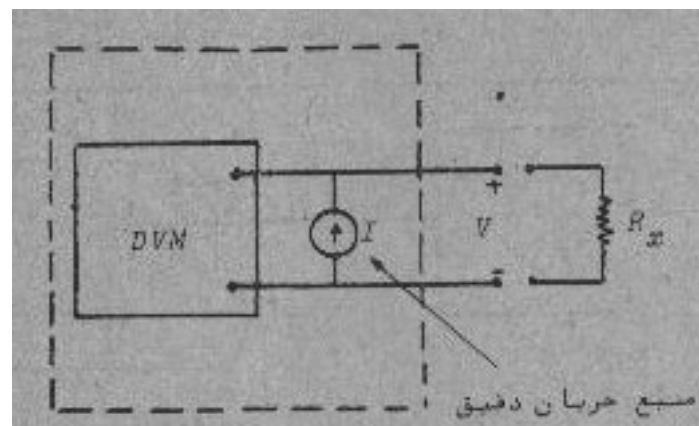
برای تعمیم ولت‌متر دیجیتالی که مقادیر *AC* را نیز اندازه گیری نماید از مبدل‌های *AC* به *DC* استفاده می شود. بدیهی است که میزان دقت مبدل در تبدیل کمیت متناوب به کمیت مستقیم نقش اساسی در دقت کلی سیستم خواهد داشت . بنابراین باتوجه به اینکه سنجش کمیت های متناوب بوسیله دستگاههای دیجیتالی فقط از طریق این کنورتور های *AC* به *DC* امکان پذیر می باشد . لذا در این حالت عمل سنجش در مقایسه با سنجش کمیت های مستقیم از صحت و دقت کمتری بر خوردار می باشد .

آمپر متر و اهم متر دیجیتالی

چنانچه قبلا گفته شد ، امپدانس ورودی ولتمترهای دیجیتالی بسیار زیاد می باشد . بنابراین با قرار دادن یک مقاومت شنت با ولتمتر از آن می توان به عنوان یک آمپر متر استفاده نمود . زیرا در این حالت جریان کشیده شده توسط ولتمتر قابل صرف نظر کردن است . با سنجش ولتاژ دوسر مقاومت شنت شده مقدار جریان عبوری از آن به راحتی قابل سنجش می باشد .



در صورت بکارگیری یک منبع جریان ، می توان از DVM به عنوان یک اهمتر استفاده نمود . بدین منظور ولتمتر دیجیتالی را بر حسب اهم درجه بندی کرده و سپس مقدار مقاومت مجهول روی صفحه نمایش نشان داده می شود .



منابع :

اندازه گیری الکتریکی / تالیف : ساونی / ترجمه : مهندس محمود دیانی ، مهندس مجید
ملکیان

اصول و کاربرد دستگاههای اندازه گیری الکتریکی و الکترونیکی / تالیف : مهندس اسدالله
کاظمی

اندازه گیری الکتریکی / تالیف : دکتر رضا حق مرام

اندازه گیری الکتریکی و الکترونیکی / تالیف : پرویز دولایی